Competencia matemática
Competencias clave

Nivel 3

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU

MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL

Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia

Castilla-La Mancha

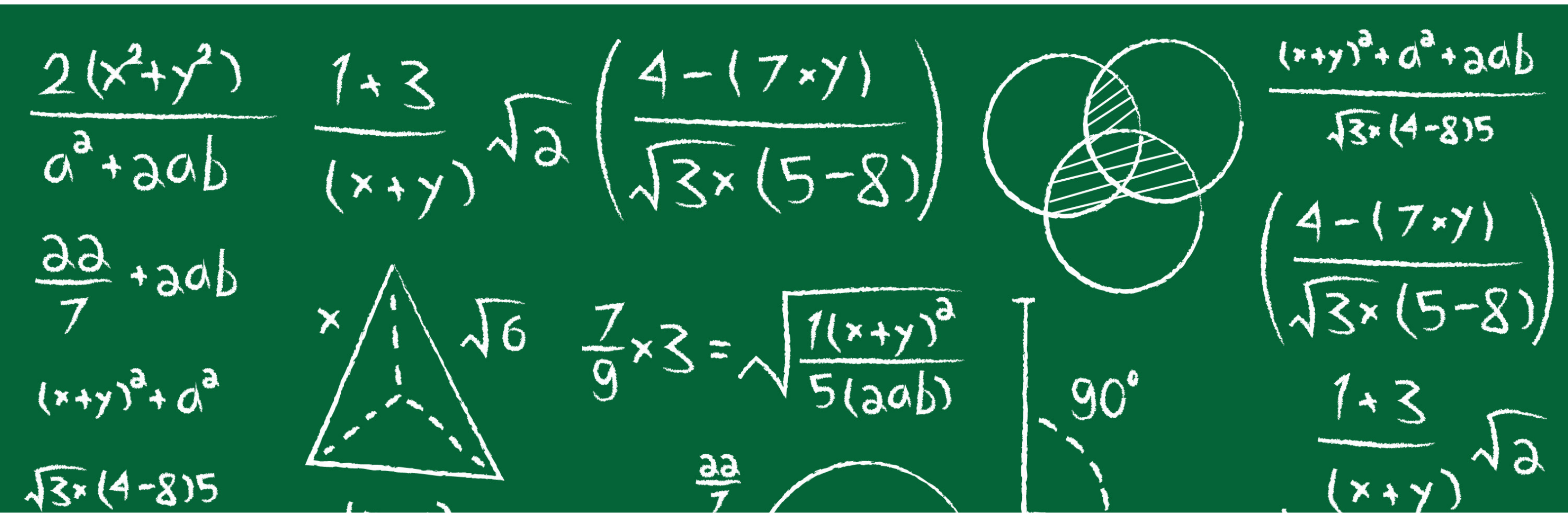
Índice de contenidos

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

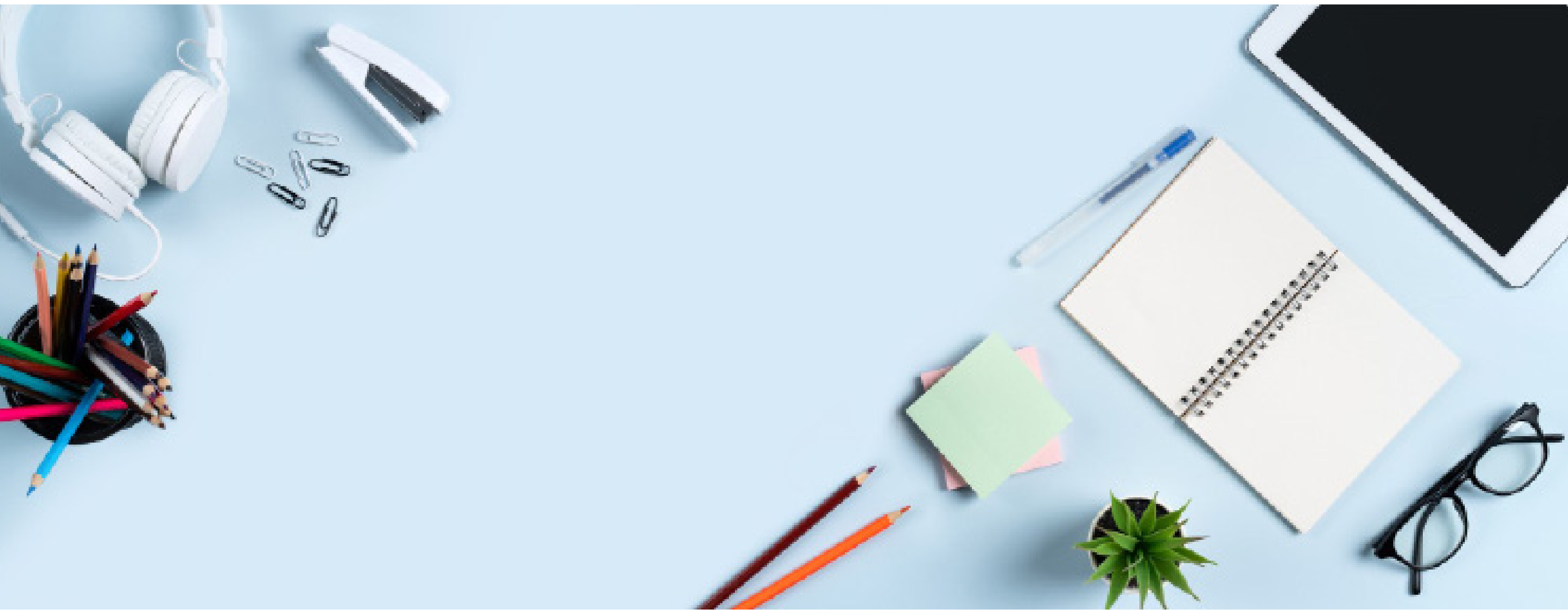
BLOQUE I: UTILIZACIÓN DE LOS NÚMEROS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

UD3.1: POTENCIAS Y RAÍCES.



Presentación



Las potencias y raíces son conceptos fundamentales en matemáticas que se utilizan para representar y calcular números grandes y pequeños de manera eficiente. Las potencias implican elevar un número (llamado base) a una cierta potencia (exponente); mientras que las raíces son la operación inversa que nos permite encontrar el número original a partir de una potencia.

En esta unidad didáctica, analizaremos a fondo las potencias y raíces. Conoceremos las reglas fundamentales que rigen estas operaciones matemáticas y repasaremos su aplicación en situaciones reales. Descubriremos cómo las potencias nos ayudan a simplificar cálculos y cómo las raíces nos permiten deshacer operaciones de potenciación.

Al dominar estos conceptos, conocerás las herramientas matemáticas que te permitirán enfrentar desafíos numéricos con confianza. Podrás calcular intereses compuestos en tus finanzas personales, comprender las leyes de la física que involucran potencias y raíces, y aplicar estas habilidades en la resolución de problemas cotidianos.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Objetivos

- Comprender cómo calcular potencias y raíces con diferentes exponentes para resolver problemas matemáticos y científicos de manera eficiente.
- Dominar las leyes de los exponentes y aplicarlas con precisión para simplificar y resolver expresiones algebraicas con potencias.
- Aprender a convertir números entre notación estándar y notación científica, y realizar cálculos precisos con potencias de base 10 en contextos de la vida real.
- Desarrollar la capacidad de realizar operaciones como la suma, resta, multiplicación y división de raíces cuadradas de manera correcta, y aplicar estas habilidades en diferentes ámbitos.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

1. POTENCIAS Y RAÍCES CUADRADAS.

1.1. OPERACIONES CON POTENCIAS.

Las **potencias** tienen una historia que se remonta a la antigua civilización griega y se ha desarrollado a lo largo de los siglos. El matemático griego **Tales de Mileto**, uno de los siete sabios de Grecia, es considerado uno de los precursores en el uso de potencias. Tales observó que ciertas relaciones geométricas se podían expresar mediante la **repetición de segmentos de línea.**

Sin embargo, el concepto moderno de potencias y su notación no se desarrollaron hasta mucho después. Fue el matemático renacentista italiano **Leonardo de Pisa**, también conocido como Fibonacci, quien introdujo por primera vez la notación de potencia en su libro "**Liber Abaci**" en 1202. **Fibonacci** utilizó esta notación para describir el crecimiento de una población de conejos en función del tiempo, lo que marcó un hito importante en la historia de las matemáticas.

A medida que avanzaban los siglos, matemáticos como **René Descartes y Pierre-Simon Laplace** contribuyeron al desarrollo de la **teoría de las potencias** y su aplicación en la resolución de ecuaciones algebraicas y problemas de física. Hoy en día, las potencias son una parte esencial de la aritmética, el álgebra, el cálculo y muchas otras ramas de las matemáticas.

Una potencia se define como el producto de un número llamado **base**, multiplicado por sí mismo un número determinado de veces, llamado **exponente.** Matemáticamente, se representa de la siguiente manera:

$$a^n = a * a * a * \ldots * a$$

- a es la base.
- n es el exponente.
- El símbolo * denota la multiplicación.

En esta expresión, el número a se multiplica por sí mismo **n veces.** Por ejemplo, **2^3** representa la potencia de 2 elevada a la tercera potencia, lo que significa 2 * 2 * 2 = 8.

Las potencias se representan de varias maneras en notación matemática. Además de la notación estándar a^n, también se pueden utilizar las siguientes formas equivalentes:

1. **Notación de exponente positivo:**

- a^1 se simplifica a a, ya que cualquier número elevado a la primera potencia es igual a sí mismo.
- a^0 se define como 1, ya que cualquier número elevado a la potencia cero es igual a 1 por convención.
- a^2 se lee como "a al cuadrado" y representa la repetición de la base a dos veces.
- a^3 se lee como "a al cubo" y representa la repetición de la base a tres veces.

2. **Notación de exponente negativo:**

- a^{-n} se lee como "a elevado a la menos n" y representa el recíproco de a^n. Es igual a $\frac{1}{a^n}$.

3. **Notación radical:**

- $\sqrt[n]{a}$ se lee como "raíz enésima de a", y representa la base a elevad a $\frac{1}{n}$. Por ejemplo, $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$.

4. **Notación de letras y subíndices:**

A veces, en matemáticas avanzadas, se utilizan letras y subíndices para denotar potencias. Por ejemplo, a^2 puede escribirse como a_2.

Propiedades de las potencias:

Las potencias tienen **varias propiedades** importantes que facilitan su manipulación y cálculo:

1. **Multiplicación de potencias con la misma base:**

- $a^n * a^m = a^{n+m}$
- Esto quiere decir que cuando, se multiplican dos potencias con la misma base, se pueden sumar los exponentes.

2. **División de potencias con la misma base:**

- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

- Cuando se dividen dos potencias con la misma base, se pueden restar los exponentes.

3. Potencia de una potencia:

- $(a^n)^m = a^{n*m}$
- Cuando se eleva una potencia a otra potencia, se multiplican los exponentes.

4. Potencia de un producto:

- $(a*b)^n = a^n*b^n$
- Esto significa que se pueden distribuir los exponentes cuando una base es el producto de varios términos.

5. Potencia de un cociente:

- $\left(\frac{a}{b}\right)= \frac{a^n}{b^n}$
- Se pueden distribuir los exponentes cuando una base es el cociente de dos términos.

6. Potencia de 1:

- Cualquier número elevado a la potencia 0 es igual a 1: $a^0= 1$.

7. Potencia de 0:

- Cualquier número elevado a la potencia 0 es igual a 1: $a^0= 1$.

8. Potencia de un número negativo:

  - $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
  - Una potencia con exponente negativo es igual al recíproco de la potencia correspondiente con exponente positivo.

9. Potencia de 2:

  - $a^2=a*a$
  - Una potencia al cuadrado es igual a la base multiplicada por sí misma.

10. Potencia de 3:

  - $a^3=a*a*a$
  - Una potencia al cubo es igual a la base multiplicada por sí misma dos veces.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Importante

Estas propiedades son fundamentales para simplificar y resolver ecuaciones algebraicas, así como para simplificar expresiones matemáticas en general. Además, proporcionan un marco sólido para comprender el comportamiento de las potencias en diferentes contextos.

Las potencias tienen multitud de **aplicaciones en la vida real:**

- **Ciencias naturales y física:**
  - **Crecimiento exponencial:** Una de las aplicaciones más evidentes de las potencias en la vida real es la modelización del crecimiento exponencial. En **biología**, por ejemplo, las poblaciones de organismos pueden crecer de manera exponencial cuando las tasas de natalidad superan a las tasas de mortalidad. La ecuación de crecimiento exponencial $N(t) = N0 \cdot e^{rt}$ utiliza potencias de la **constante e** (la base del logaritmo natural) elevada a una potencia en función del tiempo para describir el crecimiento poblacional. Esta ecuación es fundamental en la ecología y la biología de poblaciones.
  - **Decaimiento radiactivo:** En **física nuclear**, el decaimiento radiactivo de átomos sigue un patrón exponencial. La ley del decaimiento radiactivo utiliza potencias de números fraccionarios para representar la disminución de la cantidad de una sustancia radiactiva a lo largo del tiempo. La fórmula $N(t) = No \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ describe la cantidad de sustancia radiactiva restante después de un periodo de tiempo t, donde No es la cantidad inicial, T es la vida media y $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ es una potencia de base fraccionaria.
  - **Ley de Newton de enfriamiento:** En **termodinámica y física**, la ley de Newton de enfriamiento se utiliza para describir cómo un objeto caliente se enfría en un ambiente más frío. La temperatura del objeto disminuye de manera exponencial con el tiempo, y la ecuación $T(t)=Tamb+(To-Tamb)*e^{-kt}$ incorpora potencias de e para modelar este proceso, donde T(t) es la temperatura en el tiempo, Tamb es la temperatura ambiente, T0 es la temperatura inicial y k es una constante.
- **Economía y finanzas:**
  - **Interés compuesto:** En el ámbito **financiero**, el interés compuesto es una aplicación fundamental de las potencias. Cuando el interés se calcula sobre un monto principal inicial y se reinvierte periódicamente, el crecimiento del capital sigue una función exponencial. La fórmula para calcular el monto futuro A después de n períodos con una tasa de interés compuesta r es $A=P(1+r)^n$, donde P es el principal.

- **Inflación:** La inflación, que representa el aumento generalizado de los precios con el tiempo, también se puede modelar con potencias. El valor real de una cantidad de dinero disminuye exponencialmente a medida que pasa el tiempo debido a la inflación. La fórmula $V(t)=\dfrac{Vo}{(1+inflación)^t}$ describe cómo disminuye el valor de V(t) de una cantidad Vo en el tiempo debido a la inflación.

- **Crecimiento económico:** El crecimiento económico de un país o una región, a menudo, se modela utilizando tasas de crecimiento exponenciales. Estas tasas se aplican a variables como el **producto interno bruto (PIB)** per cápita o la **inversión económica** para prever el crecimiento futuro.

- **Tecnología y ciencias de la computación:**

  - **Circuitos eléctricos y electrónica:** En la electrónica, las leyes de Kirchhoff y las ecuaciones de circuitos utilizan potencias para representar la relación entre voltajes, corrientes y resistencias en circuitos eléctricos y electrónicos. Las ecuaciones exponenciales **describen la carga y descarga de condensadores y la respuesta de circuitos RC.**

  - **Procesamiento de señales:** En el procesamiento de señales y la comunicación, las potencias se utilizan para representar la amplitud de señales y el cálculo de la relación señal-ruido (SNR). La potencia de una señal se calcula **elevando al cuadrado los valores de la señal,** lo que facilita el análisis de las señales en términos de potencia.

  - **Programación y Algoritmos:** En informática y programación, las potencias se utilizan **en algoritmos de cálculo intensivo,** como el método de exponenciación rápida para calcular grandes potencias de números enteros de manera eficiente. Este método se basa en la propiedad de las potencias de una potencia para reducir la cantidad de operaciones necesarias.

- **Medicina y biología:**

  - **Radioactividad en medicina:** La medicina nuclear utiliza isótopos radiactivos para diagnósticos y tratamientos. El decaimiento radiactivo de estos isótopos sigue una ley de potencia y se utiliza para calcular la **dosis y el tiempo de exposición** en terapia de radiación.

  - **Farmacocinética:** En farmacología y toxicología, las potencias se aplican para modelar la absorción, distribución, metabolismo y excreción de fármacos en el cuerpo. Estos procesos **pueden seguir una cinética** de primer o segundo orden, que implica potencias de tiempo.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- **Crecimiento celular:** En biología celular y molecular, las potencias se utilizan para describir el **crecimiento celular y la replicación del ADN.** Por ejemplo, durante la duplicación del ADN, la cantidad de ADN se duplica exponencialmente en cada ciclo de división celular.

- **Estadística y probabilidad:**
  - **Distribución normal:** La distribución normal, también conocida como la campana de Gauss, es una distribución de probabilidad que se utiliza ampliamente en estadísticas. La densidad de probabilidad de la distribución normal involucra potencias de la constante e y es fundamental para el análisis estadístico de datos.
  - **Procesos estocásticos:** En la teoría de probabilidad y los procesos estocásticos, las potencias se utilizan para modelar la probabilidad de eventos sucesivos. Por ejemplo, la probabilidad de que ocurra un evento raro en n ensayos independientes se calcula con una potencia de la probabilidad de ocurrencia del evento.

- **Astronomía y cosmología:**
  - **Ley de Gravitación Universal:** La ley de gravitación universal de Newton describe la **atracción gravitatoria entre dos objetos masivos.** La fuerza gravitatoria disminuye con el cuadrado de la distancia entre los objetos, lo que involucra una potencia de 2. Esta ley es esencial para entender la dinámica de los planetas, las estrellas y las galaxias.
  - **Expansión del universo:** En cosmología, la teoría del Big Bang y la expansión del universo se describen utilizando potencias para representar el **aumento de la distancia entre galaxias a lo largo del tiempo.**

- **Educación y enseñanza:**
  - **Notación científica:** En la enseñanza de matemáticas y ciencias, se utiliza la notación científica para representar números muy grandes o muy pequeños de manera eficiente. Esta notación implica potencias de 10, lo que facilita la comprensión y la comunicación de magnitudes extremas.

- **Diseño de Experimentos:**
  - **Diluciones en laboratorio:** En química y biología, las diluciones se utilizan para ajustar la **concentración de soluciones.** Las diluciones sucesivas, a menudo, implican potencias de fracciones, como 1/10, 1/100, etc., para lograr la concentración deseada.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- **Música:**
  - **Acústica y sonido:** En acústica y música, las potencias se utilizan para describir la **intensidad y la amplitud de las ondas sonoras.** La intensidad del sonido se calcula elevando al cuadrado la amplitud de la onda sonora, lo que proporciona una medida de la potencia acústica.
- **Arte y Creatividad:**
  - **Fractales:** En el campo del arte y la creatividad, los fractales son patrones geométricos que se repiten a diferentes escalas. La generación de fractales implica **iteraciones y potencias de transformaciones matemáticas**, lo que crea imágenes y formas altamente complejas y hermosas.

Importante

Las aplicaciones de las potencias en la vida real son variadas y esenciales en numerosos campos. Estas aplicaciones no solo facilitan la comprensión y la descripción de fenómenos naturales y procesos humanos, sino que también desempeñan un papel crucial en la resolución de problemas y la toma de decisiones en una amplia gama de disciplinas.

Las operaciones con potencias son principalmente cuatro:

- **Multiplicación.**
- **División.**
- **Potenciación de una potencia.**
- **Potenciación de un producto o cociente.**

Operaciones con potencias.

- **Multiplicación:** cuando multiplicamos dos potencias con la misma base, estamos efectivamente **combinando dos procesos de repetición exponencial.** Matemáticamente, si tenemos $\mathbf{a^n}$ **y** $\mathbf{a^m}$, siendo a la base y n y me los exponentes, podemos aplicar una regla: **los exponentes se suman**; es decir: $a^n * a^m = a^{n+m}$.

  Para ilustrar esto, considera $3^2 * 3^4$. Aquí, estamos multiplicando dos potencias con la misma base (3), pero con exponentes diferentes (2 y 4). De acuerdo con la regla, podemos sumar los exponentes: $3^2 * 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$. Esta es una aplicación directa de la regla de la multiplicación de potencias con la misma base.

  Se puede visualizar la multiplicación de potencias **por medio de la geometría.** Considera un cuadrado con un lado de longitud a^n y otro cuadrado de longitud a^m, donde a es la base, y n y m son los exponentes. Si multiplicamos el área de estos dos cuadrados, obtenemos a^{n+m}, que representa el área de un nuevo cuadrado cuyo lado es la suma de los lados originales.

  Este enfoque geométrico ofrece una perspectiva intuitiva sobre cómo la multiplicación de potencias se relaciona con el crecimiento de áreas en el plano. Resalta la esencia de la multiplicación de potencias como una operación que combina y escala cantidades exponenciales.

- **División:** La división con potencias implica **tomar una potencia y dividirla por otra.** Matemáticamente, esto se representa como $\frac{a^n}{a^m}$, donde a es la base, n es el exponente del numerador y m es el exponente del denominador. Para comprender completamente esta operación, es fundamental conocer las reglas y propiedades que la gobiernan.

  La división con potencias se rige por algunas **reglas clave** que facilitan su manipulación y cálculo. Estas reglas son fundamentales para simplificar expresiones y resolver ecuaciones. A continuación, se presentan las reglas más importantes para la división con potencias:

1. **División de potencias con la misma base:** Cuando dividimos dos potencias con la misma base, podemos restar los exponentes. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

   Por ejemplo,

$$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = \frac{a^n}{a^m} = 3^3 = 27$$

   En este caso, se restaron los exponentes 2 y 5 para obtener 3 como exponente en el resultado final.

2. **Potencia de un cociente:** Cuando elevamos un cociente a una potencia, tanto el numerador como denominador se elevan a esa potencia. Matemáticamente se expresa como:

$$\left(\frac{a}{\mathrm{b}}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Por ejemplo:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$$

En este caso, tanto el numerador (3) como el denominador (2) se elevaron a la tercera potencia.

3. **Potencia de un cociente elevado a un exponente negativo:** Cuando tenemos un cociente elevado a un exponente negativo, podemos aplicar la propiedad de potencia de un cociente, y, luego, tomar el recíproco del resultado. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$\left(\frac{a}{\mathrm{b}}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\frac{a^n}{b^n}}$$

Por ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

Esta propiedad es útil cuando se trabaja con exponentes negativos en divisiones.

Una forma intuitiva de comprender la división con potencias es a través de la idea de **"cancelación" de repeticiones.** Imagina que tienes a^n objetos de un tipo y a^m objetos de otro tipo, donde a es la base y n y m son exponentes. Cuando se dividen estos dos conjuntos se está cancelando a^m repeticiones de objetos de cada tipo con a^m repeticiones de objetos del otro tipo. Esto deja a^{n-m} repeticiones del objeto original.

- **Potencia de una potencia:** La potencia de una potencia se refiere a la acción de elevar una potencia a otro exponente. Matemáticamente, se expresa como $(a^n)^m$, donde a es la base, n es el exponente exterior y m es el exponente interior. La regla fundamental aquí es que los exponentes se multiplican, lo que se expresa como $(a^n)^m$=. a^{n*m}.

  Esta definición puede parecer abstracta, pero su aplicación es esencial en una variedad de campos matemáticos y científicos. Para comprender completamente la potencia de una potencia, es útil explorar cómo se relaciona con la idea de **repetición y crecimiento exponencial**, que es el fundamento de las potencias.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Una forma intuitiva de comprender la potencia de una potencia es visualizarla como una **"amplificación" de la repetición exponencial.** Considera una potencia a^n como la acción de repetir la base a un total de n veces. Ahora, cuando aplicamos la potencia de una potencia, estamos amplificando esta repetición exponencial.

Imagina que tienes una base a y deseas repetirla n veces, lo que nos da a^n. Luego, si deseas amplificar esta repetición, puedes revisarla m veces más. Esto resulta en la potencia $(a^n)^m$, que se interpreta como la acción de repetir a^n un total de m veces adicionales. En otras palabras, estamos multiplicando n por m para obtener el nuevo número de repeticiones: n*m.

Por ejemplo, si tenemos 2^3 (que significa repetir el número 2 tres veces, es decir, 2*2*2=8, y, posteriormente, se aplica la potencia de una potencia, $(2^3)^2$, se amplifica la repetición de [Ecuación] al repetirla 2 veces más. Esto resulta en 2^{3*2} =2^6 =64, lo que significa que estamos repitiendo el número 2 un total de 6 veces.

- **Potencia de un producto o cociente:** Las potencias de un producto o cociente se refieren a la acción de elevar un producto o cociente a un exponente. Matemáticamente, se expresan como $(a*b)^n$ o $\left(\frac{a}{b}\right)^n$, donde a y b son los factores del producto o el numerador y el denominador del cociente, respectivamente, y n es el exponente. Las reglas principales son:

Potencia de un producto: $(a * b)^n = a^n * b^n$

Potencia de un cociente: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Una forma intuitiva de comprender las potencias de un producto o cociente es visualizarlas como una **"amplificación" de la repetición exponencial.** Considera un producto a*b como la acción de repetir la multiplicación de a por b un total de n veces. Luego, cuando aplicamos la potencia de este producto, estamos amplificando esta repetición exponencial.

Imagina que tienes dos factores, a y b, y deseas repetir su producto n veces, lo que nos da $(a*b)^n$. Luego, si deseas amplificar esta repetición, puedes repetirla m veces más. Esto resulta en la potencia $(a*b)^{n*m}$, que se interpreta como la acción de repetir $(a*b)^n$ un total de m veces adicionales. Es decir, estamos multiplicando n por m para obtener el nuevo número de repeticiones: n*m.

Por ejemplo, si tenemos $(2*3)^2$ (que significa que repetir el producto 2*3 dos veces, es decir, 2*3*2*3=36, y, luego, aplicamos la potencia de un producto, digamos $(2*3)^3$, estamos amplificando la repetición de 2*3 al repetirla 3 veces más. Esto resulta en $(2*3)^{2*3}$ = $(2*3)^6$ = 46656, lo que significa que estamos repitiendo el producto 2*3 un total de 6 veces.

En el caso de las **potencias de un cociente,** la idea es la misma, pero en lugar de un producto, estamos tratando con una división y aplicamos la misma lógica de repetición exponencial.

Las potencias de un producto o cociente se rigen por algunas **reglas clave** que facilitan su manipulación y cálculo. Estas reglas son fundamentales para simplificar expresiones y resolver ecuaciones. A continuación, se presentan las reglas más importantes para las potencias de un producto o cociente:

- **Potencia de un producto:** Cuando tenemos una potencia de un producto $(a*b)^n$, podemos aplicar la regla de potencia de un producto y elevar cada factor a y b a la potencia n. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$(a*b)^n = a^n * b^n$$

Por ejemplo, $(2*3)^2 = 2^2 * 3^3 = 4 * 9 = 36$. Esta regla nos permite distribuir el exponente n a ambos factores del producto.

- **Potencia de un cociente:** Cuando tenemos una potencia de un cociente $\left(\frac{a}{b}\right)^n$, podemos aplicar la regla de potencia de un cociente y elevar el numerador a la potencia n y el denominador b a la potencia n. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Por ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

Esta regla nos permite distribuir el exponente n tanto al numerador como al denominador del cociente.

1.2. CÁLCULO DE POTENCIAS DE BASE 10.

Una **potencia de base 10** se refiere a una expresión matemática en la que el número 10 se eleva a un exponente, que puede ser cualquier **número entero positivo o negativo.** Matemáticamente, se representa como **10^n**, donde 10 es la base y n es el exponente.

El valor 10^n se obtiene multiplicando **10 por sí mismo** n veces si n es positivo o **tomando el recíproco de 10** multiplicado por sí mismo n veces si $|n|$ es negativo.

En otras palabras:

- Si n es positivo, entonces $10^n = 10 * 10 * \ldots * 10(n\ veces)$.
- Si n es negativo, entonces $10^n = \frac{1}{10 * 10 \cdot . . * 10}\left(|n| \text{ veces}\right)$.

Por ejemplo,

$$10^3 = 10 * 10 * 10 = 1000$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10 * 10} = 0,01$$

La potencia de base 10 es una **parte fundamental de la notación científica,** que es una forma de expresar números extremadamente grandes o pequeños de manera más compacta y manejable. En la notación científica, un número se representa como el producto de dos componentes:

1. **Coeficiente:** Un número decimal mayor o igual a 1 y menor que 10.
2. **Potencia de base 10:** Un exponente entero que indica la cantidad de lugares que debemos mover la coma decimal para obtener el número original.

Por ejemplo, el número 3.000.000 se puede expresar en notación científica como $\mathbf{3 * 10^6}$, donde 3 es el coeficiente y 6 es la potencia de base 10. Aquí, la potencia de base 10 nos dice que debemos mover la coma decimal seis lugares hacia la derecha para obtener el número original.

Del mismo modo, un número muy pequeño como 0,000025 se puede expresar en notación científica como $\mathbf{2,5 * 10^{-5}}$, siendo 2,5 el coeficiente y -5 la potencia de base 10. En este caso, la potencia de base 10 nos indica que debemos mover la coma decimal cinco lugares hacia la izquierda para obtener el número original.

La notación científica es especialmente útil en ciencia, ingeniería y otras disciplinas donde se manejan números extremadamente grandes o pequeños, ya que simplifica las representaciones y los cálculos.

La potencia de base 10 tiene varias propiedades que son fundamentales para su comprensión y aplicación en matemáticas y ciencias. Estas **propiedades** incluyen:

1. **Productos de Potencias de Base 10.**

   Cuando multiplicamos dos potencias de base 10 con la misma base (10), simplemente sumamos sus exponentes. Esto se debe a que estamos multiplicando el número 10 por sí mismo varias veces, y cada factor de 10 contribuye a sumar uno al exponente total.

Matemáticamente, esto se expresa como:

$$10^n * 10^m = 10^{n+m}$$

Por ejemplo:

$10^3 * 10^2 = 10^{3+2} = 10^5$

$10^{-2} * 10^{-3} = 10^{-2+(-3)} = 10^{-5}$

Esta propiedad es esencial cuando realizamos cálculos con números en notación científica.

2. **Cocientes de potencias de base 10:**

Cuando dividimos dos potencias de base 10 con la misma base (10), restamos sus exponentes. Esto se debe a que estamos dividiendo el número 10 por sí mismo varias veces, y cada factor de 10 contribuye a restar uno al exponente total. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$$

Por ejemplo:

$$\frac{10^6}{10^3} = 10^{6-3} = 10^3$$

$$\frac{10^{-3}}{10^{-5}} = 10^{-3-(-5)} = 10^2$$

Esta propiedad es fundamental para simplificar expresiones en notación científica.

3. **Potencias de potencias de base 10:**

Cuando elevamos una potencia de base 10 a otro exponente, multiplicamos los exponentes. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$(10^2)^3 = 10^{2*3} = 10^6$$
$$(10^{-2})^4 = 10^{-2*4} = 10^{-8}$$

Esta propiedad es útil para simplificar expresiones en notación científica cuando se realizan cálculos más complejos.

Recuerda

La potencia de base 10 es una herramienta matemática esencial que se utiliza en la notación científica y en la representación de números extremadamente grandes o pequeños.

1.3. OPERACIONES CON RAÍCES CUADRADAS.

Una **raíz cuadrada** es el número que, cuando se multiplica por sí mismo, **produce un número dado.** Matemáticamente, dada una expresión x y un número a, la raíz cuadrada de a, denota como $\sqrt{a}$ **es aquel número x que cumple con la ecuación x * x = a.**

En otras palabras, $\sqrt{a}$ **es el número que elevado al cuadrado da como resultado a.** Por ejemplo, la raíz cuadrada de 25 es 5, ya que 5 * 5 = 25, o $\sqrt{25} = 5$.

La notación matemática $\sqrt{a}$ es una **convención para representar la raíz cuadrada principal de un número no negativo.** Es importante destacar que, por definición $\sqrt{a}$, siempre es un **número no negativo o cero.** Esto significa que, si calculamos la raíz cuadrada de un número positivo, el resultado es positivo, y si calculamos la raíz cuadrada de cero, el resultado es cero.

Ahora que hemos definido la raíz cuadrada, exploraremos las operaciones básicas que podemos realizar con ellas:

- **Suma.**
- **Resta.**
- **Multiplicación.**
- **División.**

Operaciones con raíces.

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- **Suma:** Comencemos por recordar los fundamentos básicos. La raíz cuadrada de un número real positivo x, denotada como $\sqrt{x}$, es otro número real no negativo que, cuando se eleva al cuadrado, produce x.

  Por ejemplo, $\sqrt{4}$ es igual a 2 porque $2^2 = 4$. Sin embargo, es importante tener en cuenta que, cuando hablamos de raíces cuadradas, generalmente, nos referimos a las raíces cuadradas principales o no negativas.

  Ahora, consideremos la **suma de dos raíces cuadradas simples**, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. Aquí, a y b son números reales positivos. En esta expresión, no podemos simplificarla aún más si a y b son diferentes. Por ejemplo, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ es una expresión que **no puede simplificarse más** de una manera exacta. Sin embargo, esta suma de raíces cuadradas es muy útil en aplicaciones prácticas, como en la geometría, donde se utilizan para calcular longitudes en triángulos.

  El **Teorema de Pitágoras** es una aplicación fundamental de la suma de raíces cuadradas. Este teorema establece que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos (los lados que forman el ángulo recto). En términos matemáticos, $a^2 + b^2 = c^2$, donde "c" es la longitud de la hipotenusa y "a" y "b" son las longitudes de los catetos.

  Si expresamos esta fórmula en términos de raíces cuadradas, obtendremos $\sqrt{(a^2 + b^2)} = c$. Esto significa que la longitud de la **hipotenusa** es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos. Aquí, estamos sumando raíces cuadradas de las longitudes de los catetos.

  La suma de raíces cuadradas **no siempre es tan simple como parece.** En algunos casos, podemos simplificar la expresión, y en otros, no. Veamos algunos **ejemplos**:

  - **Suma de raíces cuadradas con el mismo radicando:** Si tenemos dos raíces cuadradas con el mismo radicando, como $\sqrt{a} + \sqrt{a}$, podemos simplificar la expresión a $\sqrt{(2a)}$. Esto se debe a que estamos sumando cantidades iguales.
  - **Suma de raíces cuadradas con radicandos diferentes:** En casos como $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, no podemos simplificar la expresión aún más de una manera exacta. Esto significa que la suma de raíces cuadradas, a menudo, nos lleva a expresiones irracionales que no se pueden expresar como fracciones de números enteros.

  El concepto de **números irracionales** es esencial para comprender la suma de raíces cuadradas. Un número irracional es aquel que **no puede expresarse como una fracción de dos números enteros.** Un ejemplo clásico de número irracional es $\sqrt{2}$, que es la raíz cuadrada de 2.

Cuando sumamos dos raíces cuadradas con radicandos diferentes, como $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, obtenemos un número irracional. En este caso, el resultado es $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, que no puede expresarse de manera exacta como una fracción de dos números enteros. Los números irracionales son una parte fundamental de las matemáticas y surgen naturalmente en contextos como la suma de raíces cuadradas.

Vamos a explorar algunas **propiedades** interesantes de la **suma de raíces cuadradas:**

- **Conmutatividad:** La suma de raíces cuadradas es conmutativa, lo que significa que **$\sqrt{a} + \sqrt{b}$ es igual a $\sqrt{b} + \sqrt{a}$.** Esto se debe a que la adición de números reales es conmutativa.
- **Asociatividad:** La suma de raíces cuadradas es asociativa, es decir, **$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + \sqrt{c}$ es igual a $\sqrt{a} + (\sqrt{b} + \sqrt{c})$.** Esto significa que podemos agrupar los términos de la suma de raíces cuadradas de diferentes maneras sin cambiar el resultado.
- **Distributividad:** La suma de raíces cuadradas también satisface la propiedad distributiva con respecto a la multiplicación. Por ejemplo, **$a(\sqrt{b} + \sqrt{c})$ es igual a $a\sqrt{b} + a\sqrt{c}$.** Esto nos permite simplificar expresiones más complejas.
- **Potenciación:** Cuando elevamos al cuadrado una suma de raíces cuadradas, obtenemos una expresión que implica las raíces cuadradas de los radicandos individuales y las sumas cruzadas de sus productos. Este proceso puede resultar en una simplificación o en una expresión más complicada, dependiendo de los radicandos involucrados.

Ejemplo 1: Suma de $\sqrt{2} + \sqrt{2}$:

En este caso, tenemos dos raíces cuadradas con el mismo radicando. Podemos simplificar la expresión como sigue: $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{(2 + 2)} = \sqrt{4} = 2$

Aquí, hemos sumado las dos raíces cuadradas y simplificado el resultado a un número entero.

Ejemplo 2: Suma de $\sqrt{5} + \sqrt{3}$:

En este ejemplo, tenemos dos raíces cuadradas con radicandos diferentes. No podemos simplificar la expresión más allá de lo que ya está. Por lo tanto, el resultado es una expresión irracional: $\sqrt{5} + \sqrt{3}$

Esta suma de raíces cuadradas no se puede simplificar de manera exacta.

- **Resta:** Empecemos por **recordar lo básico:** la raíz cuadrada de un número real positivo x, denotada como $\sqrt{x}$, es otro número real no negativo que, cuando se eleva al cuadrado, produce x. Por ejemplo, $\sqrt{4}$ es igual a 2 porque $2^2 = 4$.

Es importante destacar que estamos hablando, principalmente, de raíces cuadradas principales o no negativas en esta discusión.

La resta de dos raíces cuadradas simples, $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, es un concepto que se encuentra en diversas áreas de las matemáticas y la física. En esta expresión, "a" y "b" son números reales positivos. La resta de raíces cuadradas, a menudo, se utiliza para **calcular diferencias de magnitudes, distancias y desviaciones estándar.**

Para comprender mejor cómo funciona la resta de raíces cuadradas y cómo se aplica en situaciones prácticas, consideremos algunos ejemplos:

Ejemplo 1: Resta de $\sqrt{9} - \sqrt{4}$:

Aquí, estamos restando dos **raíces cuadradas simples.** $\sqrt{9}$ es igual a 3 y $\sqrt{4}$ es igual a 2. Por lo tanto, la resta sería:

$\sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$

La resta de estas raíces cuadradas simples nos da un número real, en este caso, 1.

Ejemplo 2: Resta de $\sqrt{5} - \sqrt{3}$:

En este ejemplo, nuevamente, estamos restando d**os raíces cuadradas con radicandos diferentes.** No podemos simplificar más esta expresión de manera exacta. Por lo tanto, el resultado es una expresión irracional: $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

Esta resta de raíces cuadradas no se puede simplificar en una forma más simple.

La resta de raíces cuadradas comparte algunas **propiedades fundamentales** con la suma de raíces cuadradas y otras operaciones matemáticas. Veamos algunas de estas **propiedades:**

- **Conmutatividad:** La resta de raíces cuadradas **no es conmutativa,** lo que significa que $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ no es necesariamente igual a $\sqrt{b} - \sqrt{a}$. Las raíces cuadradas no obedecen la propiedad conmutativa de la resta.
- **Asociatividad:** Al igual que la conmutatividad, la resta de raíces cuadradas **tampoco es asociativa,** lo que significa que $(\sqrt{a} - \sqrt{b}) - \sqrt{c}$ no es necesariamente igual a $\sqrt{a} - (\sqrt{b} - \sqrt{c})$.
- **Distributividad:** La resta de raíces **cuadradas satisface la propiedad distributiva con respecto a la multiplicación y la división.** Esto significa que $a(\sqrt{b} - \sqrt{c})$ es igual a $a\sqrt{b} - a\sqrt{c}$ y que $(\sqrt{a} - \sqrt{b})/c$ es igual a $(\sqrt{a}/c) - (\sqrt{b}/c)$.

En ocasiones, podemos encontrar expresiones con raíces cuadradas que se pueden simplificar o reducir para obtener una forma más simple. Para hacerlo, generalmente, tratamos de factorizar los términos en la expresión para encontrar factores comunes.

La resta de raíces cuadradas puede resultar en expresiones complejas, especialmente cuando los radicandos involucrados no tienen factores comunes que se puedan simplificar. Por ejemplo, al restar $\sqrt{5} - \sqrt{3}$, no podemos simplificar más la expresión, y el resultado es una expresión irracional.

- **Multiplicación:** Comencemos recordando los **conceptos básicos:** La raíz cuadrada de un número real no negativo x, denotada como $\sqrt{x}$, es otro número real no negativo que, cuando se eleva al cuadrado, produce x.

  Por ejemplo, $\sqrt{4}$ es igual a 2 porque $2^2 = 4$. Es importante destacar que estamos hablando, principalmente, de **raíces cuadradas principales o no negativas** en esta discusión.

  La multiplicación de dos raíces **cuadradas simples,** $\sqrt{a} * \sqrt{b}$, es un concepto fundamental en matemáticas. En esta expresión, "a" y "b" son números reales no negativos. La multiplicación de raíces cuadradas es una operación esencial en diversas áreas de las matemáticas, desde la **simplificación de expresiones hasta la resolución de ecuaciones cuadráticas.**

La propiedad clave de la multiplicación de raíces cuadradas es que la **multiplicación de dos raíces cuadradas es igual a la raíz cuadrada del producto de los radicandos.** En otras palabras:

$$\sqrt{a} * \sqrt{b} = \sqrt{(a * b)}$$

Esta propiedad nos permite simplificar expresiones que involucran la multiplicación de raíces cuadradas y es esencial en muchas aplicaciones matemáticas y científicas.

Ejemplo 1: Multiplicación de $\sqrt{9} * \sqrt{4}$:

Aquí, estamos multiplicando **dos raíces cuadradas simples.** $\sqrt{9}$ es igual a 3 y $\sqrt{4}$ es igual a 2. Aplicando la propiedad de la multiplicación de raíces cuadradas, obtenemos:

$\sqrt{9} * \sqrt{4} = \sqrt{(9 * 4)} = \sqrt{36} = 6$

La multiplicación de estas raíces cuadradas nos da un número real, en este caso, 6.

Ejemplo 2: Multiplicación de $\sqrt{5} * \sqrt{3}$:

En este ejemplo, nuevamente estamos multiplicando **dos raíces cuadradas simples.**

Aplicando la propiedad de la multiplicación de raíces cuadradas:

$\sqrt{5} * \sqrt{3} = \sqrt{(5 * 3)} = \sqrt{15}$

El resultado es $\sqrt{15}$, que es una expresión irracional y **no se puede simplificar más de manera exacta.**

Ejemplo 3: Multiplicación de ($2\sqrt{2} * 3\sqrt{3}$):

En este caso, tenemos una **expresión más compleja** que involucra la multiplicación de raíces cuadradas. Aplicamos la propiedad de la multiplicación de raíces cuadradas:

$2\sqrt{2} * 3\sqrt{3} = 6\sqrt{(2 * 3)} = 6\sqrt{6}$

Hemos simplificado la expresión original al calcular el producto de las raíces cuadradas y obtener una raíz cuadrada única.

En algunas situaciones, podemos simplificar expresiones que involucran la multiplicación de raíces cuadradas. Esto se hace factorizando los términos en busca de factores comunes.

Veamos un ejemplo: En esta expresión, podemos simplificar los radicandos antes de aplicar la propiedad de la multiplicación de raíces cuadradas. Primero, descomponemos los números en sus factores primos:

$\sqrt{8} = \sqrt{(2^2 * 2)} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{32} = \sqrt{(2^5)} = 2\sqrt{(2^2 * 2)} = 4\sqrt{2}$

Ahora, multiplicamos las raíces cuadradas simplificadas:

$(2\sqrt{2}) * (4\sqrt{2}) = 8\sqrt{(2 * 2)} = 8\sqrt{4} = 8 * 2 = 16$

La multiplicación de $\sqrt{8} * \sqrt{32}$ se simplifica a 16.

- **División:** La división de **dos raíces cuadradas simples,** $\sqrt{a} / \sqrt{b}$, es un concepto fundamental en matemáticas. En esta expresión, "a" y "b" son **números reales no negativos.** La división de raíces cuadradas es una operación esencial en diversas áreas de las matemáticas, **desde la simplificación de expresiones hasta la resolución de ecuaciones cuadráticas.**

  La propiedad clave de la división de raíces cuadradas es que la división de **dos raíces cuadradas es igual a la raíz cuadrada del cociente de los radicandos.**

En otras palabras:

$\sqrt{a} / \sqrt{b} = \sqrt{(a / b)}$

Esta propiedad nos permite simplificar expresiones que involucran la división de raíces cuadradas y es esencial en muchas aplicaciones matemáticas y científicas.

Ejemplo 1: División de $\sqrt{9} / \sqrt{4}$:

Aquí, estamos dividiendo dos **raíces cuadradas simples.** $\sqrt{9}$ es igual a 3 y $\sqrt{4}$ es igual a 2. Aplicando la propiedad de la división de raíces cuadradas, obtenemos:

$\sqrt{9} / \sqrt{4} = \sqrt{(9 / 4)} = \sqrt{2.25} = 1.5$

La división de estas raíces cuadradas simples nos da un número real, en este caso, 1.5.

Ejemplo 2: División de $\sqrt{5} / \sqrt{3}$:

En este ejemplo, nuevamente estamos dividiendo **dos raíces cuadradas simples.** Aplicando la propiedad de la división de raíces cuadradas:

$\sqrt{5} / \sqrt{3} = \sqrt{(5 / 3)}$

El resultado es $\sqrt{(5 / 3)}$, que es una expresión irracional y **no se puede simplificar más de manera exacta.**

Ejemplo 3: División de $(2\sqrt{2} / 3\sqrt{3})$:

En este caso, tenemos una **expresión más compleja** que involucra la división de raíces cuadradas. Aplicamos la propiedad de la división de raíces cuadradas:

$(2\sqrt{2}) / (3\sqrt{3}) = (2\sqrt{2} / 3\sqrt{3}) * (\sqrt{3} / \sqrt{3})$

Ahora, simplificamos el denominador multiplicando por $(\sqrt{3} / \sqrt{3})$:

$(2\sqrt{2} / 3\sqrt{3}) * (\sqrt{3} / \sqrt{3}) = (2\sqrt{6}) / (3\sqrt{9})$

Sabemos que $\sqrt{9}$ es igual a 3, por lo que continuamos simplificando: $(2\sqrt{6}) / (3 * 3) = (2\sqrt{6}) / 9$

Hemos simplificado la expresión original al calcular el cociente de las raíces cuadradas y reducir términos comunes.

La división de raíces cuadradas puede resultar en expresiones complejas, especialmente cuando los radicandos involucrados no tienen factores comunes que se puedan simplificar.

Sin embargo, en algunos casos, podemos simplificar expresiones que involucran la división de raíces cuadradas al factorizar los términos en busca de factores comunes.

Las raíces cuadradas tienen una amplia variedad de aplicaciones, algunas de las más importantes son:

- **Resolución de ecuaciones cuadráticas:** Uno de los primeros y más fundamentales usos de las raíces cuadradas es en la resolución de ecuaciones cuadráticas. Las ecuaciones cuadráticas, que tienen la forma **$ax^2 + bx + c = 0$,** y, a menudo, **involucran raíces cuadradas al encontrar las soluciones.** Por ejemplo, consideremos la ecuación cuadrática más simple:

  $$x^2 = 4$$

  Para resolver esta ecuación, tomamos la raíz cuadrada de ambos lados:

  $$\sqrt{(x^2)} = \sqrt{4}$$

  Esto nos lleva a dos soluciones: $x = 2$ y $x = -2$

  En este caso, las raíces cuadradas son fundamentales para encontrar las soluciones reales de la ecuación.

- **Geometría:** En geometría, las raíces cuadradas desempeñan un papel crucial en el **cálculo de longitudes, áreas y volúmenes en figuras geométricas.** Uno de los conceptos geométricos más conocidos en los que se utilizan raíces cuadradas es el **Teorema de Pitágoras.** Este teorema establece que, en un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las longitudes de los dos catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa. En términos matemáticos, si "a" y "b" son las longitudes de los catetos, y "c" es la longitud de la hipotenusa, entonces: $a^2 + b^2 = c^2$

  Cuando se trata de calcular la longitud de uno de los lados de un triángulo rectángulo, las raíces cuadradas son esenciales para encontrar la solución. Por ejemplo, si conocemos las longitudes de los catetos "a" y "b", y queremos encontrar la longitud de la hipotenusa "c", usamos la raíz cuadrada: $c = \sqrt{(a^2 + b^{2)}}$

  Este teorema es fundamental en la geometría y se aplica en una amplia variedad de problemas geométricos, desde la construcción de estructuras hasta la navegación marítima.

- **Física:** Las raíces cuadradas también son fundamentales en la física y otras ciencias. En física, se utilizan para calcular magnitudes como **velocidad, aceleración y fuerza.** Por ejemplo, en el movimiento uniformemente acelerado, la velocidad final "v" de un objeto, en función de su velocidad inicial "u", la aceleración "a" y el tiempo "t", se calcula utilizando la ecuación: $v = u + at$

Recuerda

Si conocemos las variables "u", "a" y "t", podemos usar raíces cuadradas para calcular "v". Esto es esencial en la descripción y predicción del movimiento de objetos en el espacio y en la tierra.

Ideas clave

- Las potencias permiten simplificar multiplicaciones repetidas, como 2^4, que es más fácil que 2x2x2x2. Son una herramienta fundamental en matemáticas y ciencias.
- Las raíces, como la raíz cuadrada (√), son la inversa de las potencias. Deshacen el trabajo de elevar un número a una potencia, revelando el valor original.
- Las potencias pueden ser negativas o fraccionarias. Por ejemplo, 2^(-3) es igual a 1/2^3, lo que representa la inversa de 2 elevado a la tercera potencia.
- Las potencias de 10 son esenciales en ciencia y notación científica, donde se usan para expresar números muy grandes o pequeños de manera concisa, como 3.0 x 10^8 para la velocidad de la luz.
- Las potencias y raíces son útiles en situaciones cotidianas, como calcular intereses compuestos en finanzas, medir áreas y volúmenes en geometría, y analizar datos en estadísticas.

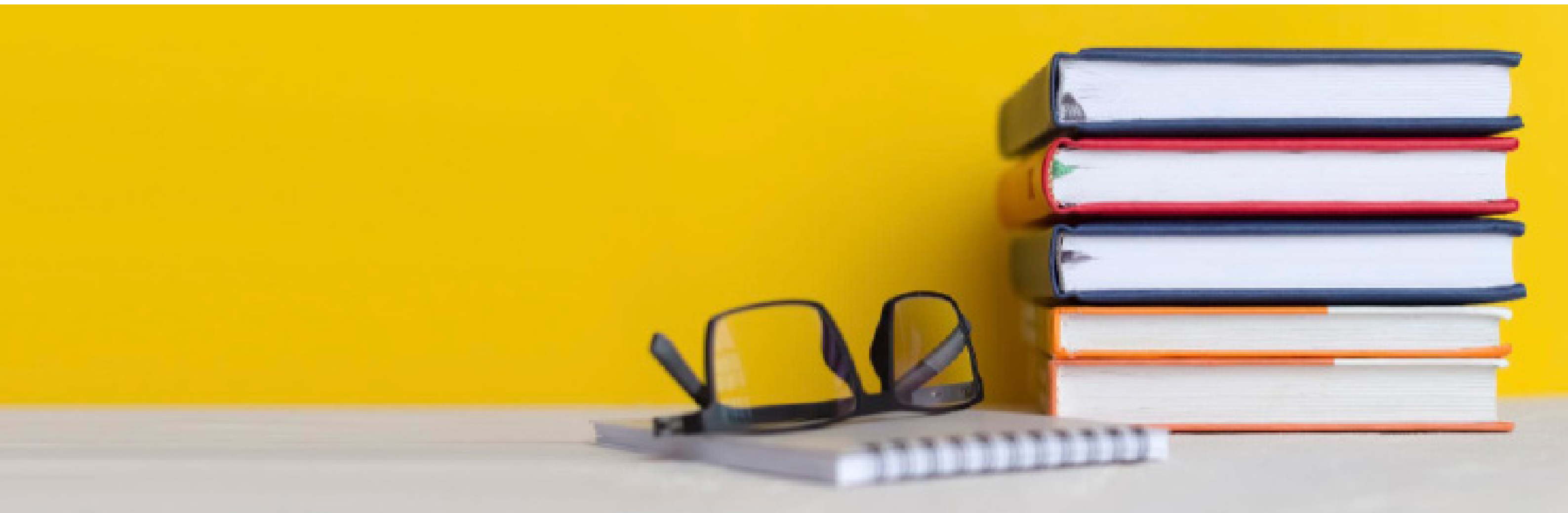
Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Glosario

- **Expresiones algebraicas:** Son combinaciones de números, letras y operaciones matemáticas como suma, resta, multiplicación y división.
- **Notación científica:** Es una forma de escribir números grandes o pequeños de manera más compacta usando potencias de 10. Ayuda a expresar números de manera más manejable.
- **Raíz enésima:** Es un número que, elevado a la potencia "n", produce otro número dado.
- **Recíproco:** El recíproco de un número es simplemente 1 dividido por ese número.
- **Subíndice:** Es un número o símbolo pequeño que se coloca a la derecha y ligeramente debajo de un número o letra para indicar una posición o exponente.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Referencias bibliográficas



- Arnaiz, D. (2021). *Matemáticas paso a paso desde cero hasta las raíces.* Independently Published.
- Díaz, C., Guerra, F. (2014). *Educación para adultos: Ámbito Científico-Tecnológico I.* Editex.
- Gordillo, E. (1995). *Potencias y raíces matemáticas.* Viento Verde.
- Llanos, L., Moraleda, B. (2019). *Matemáticas 2.* Editex.
- Núñez, R. (2007). *Potencias y raíces.* Publicatuslibros.com

Enlaces web de interés

- [Potencias y raíces.]
- [Potencias y raíces de números reales.]
- [Unidad didáctica de potencias y raíces.]
- [Potencias y radicales.]
- [Teoría y ejercicios de potencias y raíces.]

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU

MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL

Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia

Castilla-La Mancha