Competencia matemática

Competencias clave

Nivel 2

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU

MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL

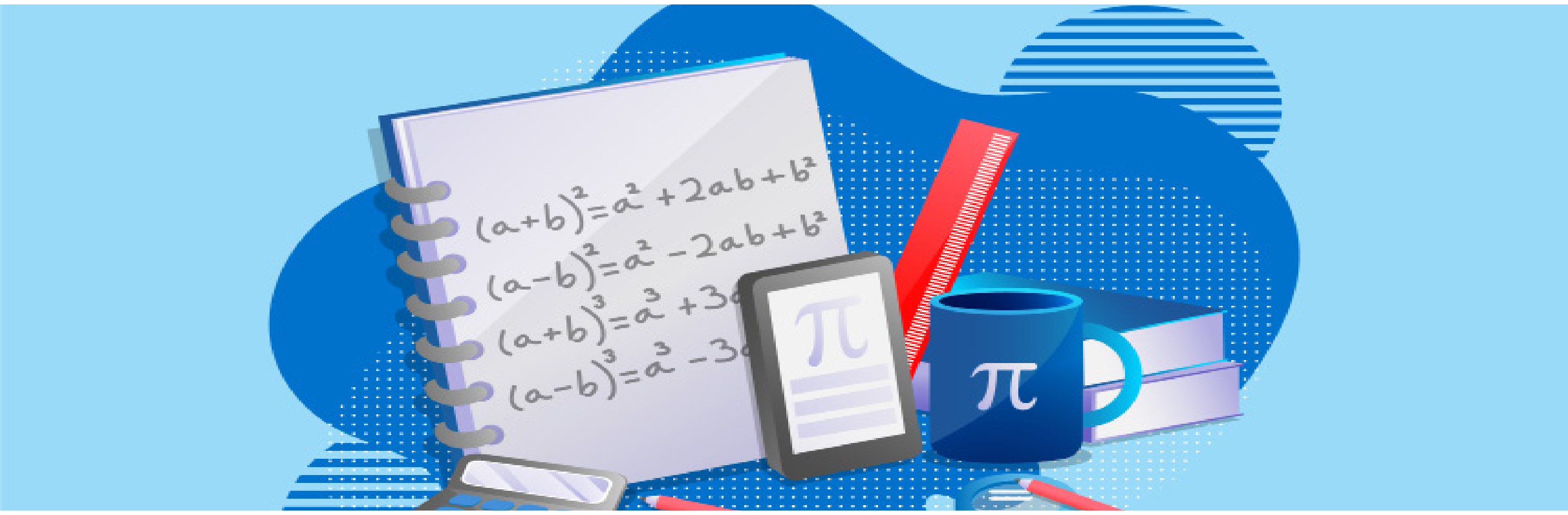
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia

Castilla-La Mancha

Índice de contenidos

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

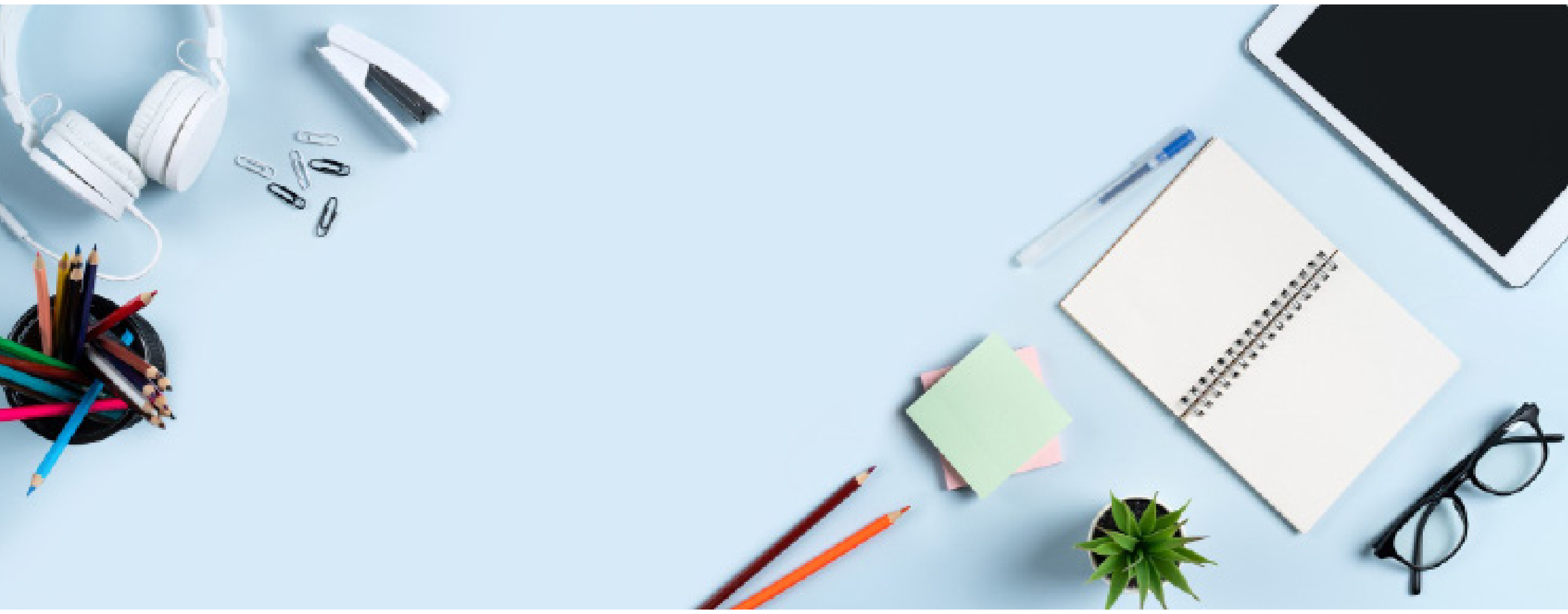
BLOQUE IV: APLICACIÓN DEL ÁLGEBRA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.



UD7.1: LENGUAJE ALGEBRAICO.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Presentación



En matemáticas existe una herramienta que actúa como un enlace entre la abstracción y la vida cotidiana: las expresiones algebraicas. Estas combinaciones de números, letras y operaciones pueden parecer misteriosas, pero tienen el poder de representar situaciones reales y resolver problemas complejos de manera precisa.

En esta unidad didáctica exploraremos las expresiones algebraicas. Analizaremos cómo estas expresiones nos permiten traducir problemas de la vida diaria en términos matemáticos. Conoceremos cómo las letras se convierten en incógnitas y cómo los símbolos representan operaciones. Repasaremos casos prácticos, desde cálculos sencillos hasta modelado de situaciones reales.

Una vez hayas finalizado el estudio de esta unidad, habrás adquirido la habilidad de traducir situaciones cotidianas en expresiones algebraicas. Conocerás cómo identificar las incógnitas y coeficientes en problemas aparentemente complejos. Te enfrentarás a ecuaciones como un desafío emocionante y dominarás el proceso de resolución, extrayendo significado de números y letras. En poco tiempo, podrás aplicar estas habilidades en tu vida cotidiana para resolver problemas y tomar decisiones informadas.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Objetivos

- Resolver problemas utilizando adecuadamente el lenguaje algebraico para resolver ecuaciones de primer grado.
- Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar, generalizar y para plantear y resolver ecuaciones de primer grado, aplicándolo a la solución de problemas diversos de manera algebraica.
- Resolver problemas de la vida cotidiana mediante la formulación de expresiones algebraicas sencillas y la obtención de valores, contrastando la coherencia de los resultados logrados..

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

1. LENGUAJE ALGEBRAICO PARA REPRESENTAR Y COMUNICAR SITUACIONES DE LA VIDA COTIDIANA: SITUACIONES DE CAMBIO.

1.1. TRADUCCIÓN DE EXPRESIONES DEL LENGUAJE COTIDIANO AL ALGEBRAICO.

La **traducción de situaciones cotidianas a expresiones del lenguaje algebraico** es un proceso esencial en matemáticas que permite convertir situaciones de la vida diaria en ecuaciones y expresiones algebraicas.

Veamos algunas situaciones habituales y cómo podemos traducirlas en una expresión algebraica:

- **Suma de dos números consecutivos:** En la vida cotidiana, a menudo nos encontramos con situaciones en las que necesitamos sumar dos números consecutivos.

  Imaginemos que tenemos dos números dispuestos en una secuencia, uno después del otro. Si denominamos al primer número como x, la pregunta es: ¿cómo expresaríamos algebraicamente el siguiente número en la secuencia? La respuesta es sencilla: el siguiente número sería x + 1. Esto se debe a que, si el primer número es x, el siguiente número en orden consecutivo sería simplemente 1 más grande que x. Por ejemplo, si tenemos los números 5 y 6, el primero se representa como x = 5, y el siguiente sería x + 1 = 6.

- **Multiplicación de un número por su doble:** En el ámbito cotidiano, a menudo necesitamos realizar cálculos que involucran la multiplicación de un número por su doble. Para traducir esto al lenguaje algebraico, consideramos un número x. Si queremos multiplicarlo por su doble, simplemente expresamos esta relación como 2x ya que el doble de cualquier número es dos veces ese número. Por ejemplo, si tomamos el número 3, su doble sería 2 * 3 = 6.

- **Aumento de un número en un porcentaje:** En diversas situaciones, nos enfrentamos a la tarea de expresar un aumento en un número en términos de porcentaje. Supongamos que tenemos un número x y deseamos aumentarlo en un 20%. Para hacer esto algebraicamente, añadimos el número original al 20% de ese número. Esto se expresa como x + 0,20x, donde 0,20x representa el 20% del número x.

  Por ejemplo, si tenemos el número 50 y queremos aumentarlo en un 20%, la expresión sería 50 + 0,20 * 50 = 60.

- **Resta de dos cantidades:** La resta de dos cantidades es otra operación común en matemáticas y en la vida cotidiana. Para traducir esto al lenguaje algebraico, consideremos dos cantidades, x e y. La resta se representa como x - y, donde x es la primera cantidad e y es la cantidad que restamos de x. Por ejemplo, si tenemos 10 manzanas y le damos 3 manzanas a un amigo, la expresión algebraica sería 10 - 3 = 7, lo que significa que te quedarían 7 manzanas.

- **El triple de la diferencia entre dos números:** Otro escenario interesante es cuando queremos expresar el triple de la diferencia entre dos números. Para traducir esto al lenguaje algebraico, consideramos dos números, x e y. El triple de la diferencia entre estos dos números se expresa como 3(x - y). Aquí, la diferencia entre x e y se multiplica por 3. Si tenemos los números 8 y 5, el triple de la diferencia sería 3(8 - 5) = 3 * 3 = 9.

- **División de un número entre otro número:** La división de un número entre otro es una operación básica en matemáticas y en la vida cotidiana. Para expresar esto en términos algebraicos, consideremos un número x como el numerador y otro número y como el denominador. La división se expresa como x / y, donde x se divide entre y. Por ejemplo, si tenemos 12 chocolates y deseamos repartirlos entre 4 amigos, cada uno recibiría 12 / 4 = 3 chocolates.

- **El doble de un número más la mitad de otro número:** Imaginemos que deseamos expresar el doble de un número más la mitad de otro número. Para hacerlo en términos algebraicos, consideramos dos números, x e y. La expresión se traduce como 2x + 0,5y. Esto significa que multiplicamos el primer número por 2 y luego sumamos la mitad del segundo número. Por ejemplo, si tenemos los números 6 y 10, la expresión sería 2 * 6 + 0,5 * 10 = 12 + 5 = 17.

Importante

La traducción de situaciones cotidianas a expresiones del lenguaje algebraico es una habilidad fundamental para resolver problemas y modelar situaciones del mundo real de manera más efectiva.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

1.2. EMPLEO DE LETRAS PARA SIMBOLIZAR CANTIDADES O NÚMEROS DESCONOCIDOS.

Las matemáticas son un lenguaje universal que nos permite comprender y describir el mundo que nos rodea de manera precisa y sistemática. En ellas, nos encontramos con el uso de letras para simbolizar cantidades o números desconocidos. Esta habilidad, conocida como **álgebra**, es como una llave maestra que abre la puerta a la resolución de problemas y al análisis de relaciones en situaciones tanto concretas como abstractas.

El **empleo de letras en matemáticas** marca un emocionante punto de inflexión en la educación matemática en la etapa de la adolescencia. Mientras que en los primeros años de enseñanza, las matemáticas se centran en los números concretos que nos resultan conocidos y familiares, el álgebra introduce la idea de lo desconocido, representado por letras como x, y y z.

Una de las características más notables del empleo de letras en matemáticas es su capacidad para generalizar conceptos y situaciones. Las letras nos permiten expresar relaciones y patrones que son válidos para una amplia gama de valores. Por ejemplo, imaginemos la fórmula del área de un rectángulo: $A = l * w$, donde A es el área; l es la longitud y w es el ancho. En lugar de depender de números específicos, esta ecuación representa el área de cualquier rectángulo en términos de su longitud y ancho. Esto ilustra cómo las letras pueden capturar la esencia de un concepto sin limitarse a valores particulares.

Cuando nos encontramos con situaciones de la vida cotidiana que involucran **incógnitas**, las letras se convierten en una herramienta muy útil. Considera un problema que implica la edad de dos personas. Por ejemplo: La suma de las edades de Juan y María es 40 años. Si representamos la edad de Juan como x y la edad de María como y, podemos formar una ecuación: $x + y = 40$. Esta ecuación contiene la información esencial del problema y nos brinda una estrategia para resolverlo.

El álgebra es un campo importante para la **resolución creativa de problemas.** A medida que el alumnado domina el uso de letras para representar cantidades desconocidas, se les equipa con herramientas para abordar problemas de manera estructurada y analítica.

Imagina este problema de proporciones: Si 3 manzanas cuestan lo mismo que 5 naranjas, y sabemos que las manzanas cuestan 6€ cada una, ¿cuánto cuesta cada naranja? Representando el precio de una naranja como x, podemos establecer la ecuación: $3 * 6 = 5x$. Esto muestra cómo las letras actúan como enlaces entre los datos del problema y la solución.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Recuerda

El empleo de letras para simbolizar cantidades o números desconocidos es una herramienta matemática de gran utilidad. A través del álgebra, se puede explorar la generalización, la resolución de problemas y la aplicación en el mundo real. Las letras actúan como ventanas hacia lo desconocido, permitiéndonos comprender y describir el mundo de manera más profunda y matizada.

En el mundo de las finanzas personales, las letras juegan un papel crucial al simbolizar cantidades desconocidas en ecuaciones que modelan situaciones económicas. Considera este ejemplo: Imagina que estás planeando un presupuesto mensual y deseas saber cuánto puedes gastar en ocio después de cubrir tus gastos fijos. Si llamamos G a la cantidad que deseas gastar en ocio, e I a tus ingresos mensuales, podemos establecer la ecuación G = I - GastosFijos. Aquí, GastosFijos representa tus gastos mensuales obligatorios, y G representa la cantidad que puedes gastar en actividades recreativas sin exceder tu presupuesto.

Las ciencias naturales también se benefician del uso de letras para representar cantidades desconocidas. En la física, por ejemplo, las ecuaciones algebraicas nos permiten predecir el comportamiento de objetos en movimiento. Imagina que lanzas un objeto verticalmente hacia arriba desde el suelo. Si h representa la altura alcanzada por el objeto y t el tiempo en segundos, la ecuación $h = -16t^2 + vt + h_0$ describe la altura en función del tiempo. Aquí, v representa la velocidad inicial y h_0 la altura inicial. Utilizando esta ecuación, podemos calcular la altura en cualquier instante dado de tiempo.

En el campo de la ingeniería, el empleo de letras para simbolizar cantidades desconocidas es esencial para el diseño y la optimización de soluciones técnicas. Consideremos el diseño de un puente colgante. Para asegurarnos de que el puente sea seguro y estable, es necesario calcular la tensión en los cables de soporte. Si llamamos T a la tensión en los cables, L a la longitud del puente y θ al ángulo de inclinación de los cables, podemos utilizar la ecuación $T = W / (2 * \cos(\theta))$, donde W es el peso total que el puente debe soportar. Esta ecuación permite a los ingenieros determinar la tensión necesaria para garantizar la seguridad del puente en función de las variables involucradas.

En el análisis estadístico, el uso de letras para representar cantidades desconocidas es esencial para la estimación de parámetros. Supongamos que estamos realizando un estudio sobre la altura del alumnado de una escuela.

Si μ representa la media de la altura y σ la desviación estándar, podemos utilizar la ecuación X ~ N(μ, σ) para indicar que la variable X (la altura del alumnado) sigue una distribución normal con media μ y desviación estándar σ. Aquí, las letras nos permiten expresar las características clave de la distribución de manera concisa y precisa.

1.3. UTILIZACIÓN DE LOS SÍMBOLOS PARA REPRESENTAR RELACIONES NUMÉRICAS.

Imagina los **símbolos matemáticos** como piezas de un puzzle universal que conecta las mentes de las personas que investigan las matemáticas y los entornos que estudian. Cada símbolo, como una pieza única del rompecabezas, representa una idea, una operación o una relación numérica específica. La combinación y el arreglo de estas piezas crean una imagen completa de las matemáticas, permitiéndonos traducir complejas relaciones numéricas en una notación comprensible y compacta.

Uno de los símbolos matemáticos más importantes es el **símbolo de la ecuación =.** Este símbolo no solo es un signo de igualdad, sino también una ventana a la relación numérica entre dos cantidades. Al unir las dos partes de una ecuación, estamos diciendo que sus valores son idénticos.

Por ejemplo, la ecuación 3x + 5 = 14 comunica que la expresión 3x + 5 tiene el mismo valor que 14, lo que nos invita a resolver el valor de x. Este símbolo nos brinda la capacidad de representar matemáticamente situaciones del mundo real, desde la física hasta las finanzas, de manera precisa y concisa.

Las **variables** son otra clase fundamental de símbolos matemáticos. Estas letras, como x, y y z, actúan como marcadores de cantidades desconocidas o cambiantes. Son como comodines en un juego matemático, permitiéndonos representar una amplia gama de valores en una sola expresión. Cuando vemos la ecuación 2x + 3 = 7, estamos viendo un ejemplo de cómo una variable, en este caso x, se convierte en un representante de un número desconocido. Las variables nos permiten generalizar relaciones numéricas y resolver problemas más allá de los números específicos.

Los **símbolos de operación**, como +, -, *, y /, son como herramientas en las matemáticas. Cada uno tiene un propósito específico y una función única en la construcción de ecuaciones y expresiones. El símbolo + representa adición; el símbolo - denota sustracción; * simboliza multiplicación y / indica división. Estos símbolos, cuando se combinan con números y variables, nos permiten construir ecuaciones que capturan las interacciones numéricas y las relaciones matemáticas en una forma clara y concisa.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Los **símbolos de desigualdad**, como <, >, <=, y >=, nos abren la puerta a la exploración de las relaciones de magnitud entre cantidades. Cada símbolo cuenta una historia matemática sobre cómo una cantidad se compara con otra en términos de ser mayor o menor. Por ejemplo, $2x > 10$ nos dice que el valor de $2x$ es mayor que 10, mientras que $y <= 5$ indica que el valor de y es menor o igual a 5. Estos símbolos de comparación permiten que las matemáticas expresen una variedad de relaciones numéricas en términos de magnitud.

Los **símbolos de función**, como $f(x)$ y $g(x)$, son como etiquetas que nos permiten referirnos a relaciones numéricas específicas. Estos símbolos representan funciones matemáticas que asignan valores de una variable de entrada a valores de salida. Por ejemplo, si consideramos la función $f(x) = 2x + 3$, estamos diciendo que para cualquier valor de x, la función producirá un valor $f(x)$ calculado utilizando la expresión $2x + 3$. Estos símbolos son fundamentales para describir y explorar cómo las variables y los números interactúan en una variedad de contextos matemáticos.

En matemáticas a menudo se emplean **símbolos de notación especializada** para describir conceptos específicos. Por ejemplo, el símboloπ(pi) se utiliza para representar la relación entre la circunferencia de un círculo y su diámetro. Otro ejemplo es el símbolo ∑, que denota una suma en la notación de sumatoria. Estos símbolos son como atajos matemáticos que nos permiten comunicar conceptos complejos de manera eficiente y precisa.

Por tanto, los **símbolos matemáticos** son más que simples marcas en una página. Son una **forma de comunicación** matemática que trasciende las barreras del lenguaje humano. Independientemente del lugar del mundo en el que esté una persona haciendo una operación matemática, si ve el símbolo ∫, instantáneamente comprenderá que se refiere a la integral de una función. De manera similar, los símbolos "sin", "cos" y "tan" evocan imágenes de funciones trigonométricas en todas las mentes matemáticas. Los símbolos nos permiten comunicar ideas matemáticas complejas de manera universal, conectando mentes y revelando las profundas relaciones numéricas que subyacen en todas partes.

Los símbolos matemáticos no solo comunican conceptos existentes; también son herramientas de descubrimiento. En las matemáticas a menudo utilizan símbolos para explorar relaciones numéricas y patrones, lo que les permite hacer conjeturas y desarrollar teoremas. Por ejemplo, el matemático Leonhard Euler usó el símbolo i para representar la unidad imaginaria, que luego condujo al desarrollo de números complejos y una comprensión más profunda de las matemáticas.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Importante

La utilización de símbolos para representar relaciones numéricas es una habilidad fundamental en matemáticas que trasciende los números mismos. Los símbolos matemáticos nos permiten comunicar, explorar, descubrir y modelar conceptos

1.4. REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

La **representación gráfica** en el lenguaje algebraico es como una ventana que nos permite observar las matemáticas desde otro punto de vista. Es como tomar conceptos abstractos y traducirlos a imágenes concretas que podemos ver y comprender.

De este modo podemos convertir ecuaciones algebraicas en líneas, curvas y patrones en un plano cartesiano. A medida que desentrañamos este lenguaje visual, descubriremos cómo las gráficas no solo son una herramienta para comprender las matemáticas, sino también para interpretar situaciones del mundo real de manera más profunda.

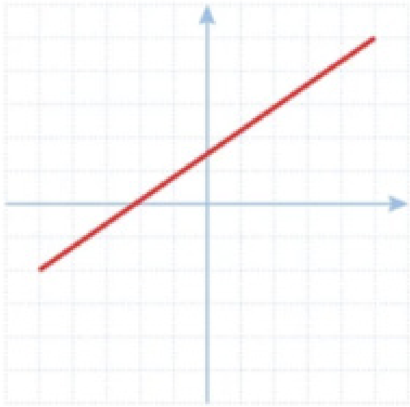
Imagina que las ecuaciones y las expresiones algebraicas son como cuentos matemáticos esperando ser contados. Pero, en lugar de usar palabras, las gráficas utilizan puntos, líneas y curvas para narrar estas historias numéricas. Las gráficas son un lenguaje universal; no importa en qué parte del mundo estemos, las imágenes matemáticas nos hablan sin la necesidad de traducción.

Un punto de partida emocionante en la representación gráfica es el mundo de las ecuaciones lineales. Estas ecuaciones tienen la forma $y = mx + b$, donde m es la pendiente y b es la ordenada al origen.

Imagina que estás planeando un viaje en bicicleta a través de una ciudad. La distancia que recorres (y) depende de cuánto tiempo (x) pases pedaleando. Si pedaleas a una velocidad constante de 5 kilómetros por hora (pendiente m), y comenzaste a 2 kilómetros de distancia de tu destino (ordenada al origen b), puedes trazar una línea recta en un gráfico que muestra tu progreso a medida que avanzas en el tiempo.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Esta expresión algebraica representada tendría un aspecto parecido a este:



Representación gráfica de la expresión algebraica.

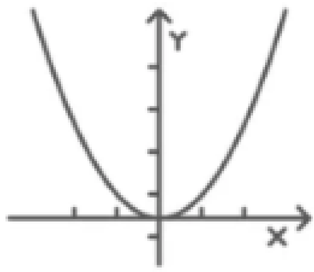
Supongamos que decides dar un paseo en bicicleta a lo largo de un sendero recto. Si sabes que comienzas a 2 kilómetros del punto de partida y pedaleas a una velocidad constante de 5 kilómetros por hora, puedes usar una ecuación lineal para representar esta situación. La ecuación sería $y = 5x + 2$, donde y es la distancia que has recorrido y x es el tiempo en horas.

Al trazar esta ecuación en un gráfico, verás una línea recta que comienza en el punto (0, 2) y se inclina hacia arriba con una pendiente de 5. Cada punto en esta línea representa cuánta distancia has recorrido en función del tiempo.

La gráfica en este caso sería la misma que la anterior, pero la situación a interpretar es diferente.

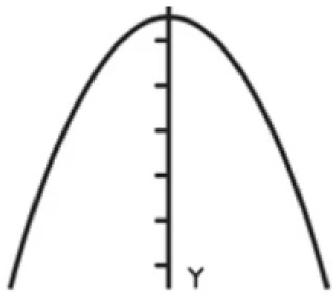
A medida que profundizamos en la representación gráfica, descubrimos las curvas y las ecuaciones no lineales. Estas gráficas pueden tener formas diversas, lo que refleja las relaciones numéricas más complejas. Por ejemplo, considera la ecuación $y = x^2$. Al trazar esta ecuación en un gráfico, verás una curva parabólica que se abre hacia arriba. Cada punto en la curva representa un par de valores (x, y) que satisfacen la ecuación. A medida que aumentas el valor de x, el valor de y aumenta, creando una forma característica que se asemeja a una U invertida.

En la siguiente imagen se muestra una representación gráfica de esta ecuación:



Representación gráfica de curva parabólica.

Imagina que lanzas una pelota al aire y registra su altura en diferentes momentos. Si la altura (y) de la pelota depende del tiempo (x), puedes usar una ecuación cuadrática para modelar la situación. La ecuación podría ser $y = -5x^2 + 10x + 2$, donde y es la altura en metros y x es el tiempo en segundos. Al trazar esta ecuación en un gráfico, verás una curva parabólica que representa la trayectoria de la pelota. La curva alcanzará su punto más alto antes de descender nuevamente, creando una forma similar a una U.



Representación gráfica de función cuadrática.

Las gráficas no solo nos muestran cómo cambian las variables, sino que también nos ayudan a identificar patrones y tendencias. Por ejemplo, al trazar una ecuación lineal, la pendiente de la línea nos dice cuánto cambia y en función de cambios en x. Si la pendiente es positiva, la línea sube a medida que avanzamos hacia la derecha. Si es negativa, la línea desciende. Observar estas tendencias en el gráfico puede ayudarte a interpretar cómo las variables están relacionadas.

Supongamos que te interesa el clima y quieres comprender cómo cambia la temperatura a lo largo del día. Si tomas medidas cada hora, puedes usar una ecuación lineal para representar la situación. Supongamos que la temperatura (y) a lo largo del día depende del tiempo (x) en horas. La ecuación podría ser $y = 2x + 20$, donde y es la temperatura en grados Celsius y x es el tiempo en horas. Al trazar esta ecuación en un gráfico, verás una línea recta que muestra cómo la temperatura aumenta gradualmente a medida que pasa el tiempo.

Recuerda

La representación gráfica en el lenguaje algebraico es una forma fascinante de traducir las ecuaciones y las relaciones numéricas en imágenes visuales. A medida que exploramos las gráficas lineales, las curvas y los patrones, descubrimos cómo estas imágenes matemáticas nos permiten comprender las matemáticas de manera más profunda y concreta.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

1.5. OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS SENCILLAS.

Las **operaciones con expresiones algebraicas** son los elementos que nos permiten realizar acciones con el lenguaje matemático. Al igual que en una coreografía, cada operación tiene su propio papel en el proceso. Sumar, restar, multiplicar y dividir son los movimientos que nos permiten transformar y simplificar expresiones algebraicas, llevándonos de la complejidad a la claridad.

Sumar y restar expresiones algebraicas es como combinar piezas de un rompecabezas. Supongamos que tienes dos términos algebraicos, como 3x y 2x. Puedes sumarlos para obtener 5x, ya que ambos términos tienen la misma variable x. De manera similar, si tienes expresiones con diferentes variables, como 4x y 2y, no puedes sumarlas directamente porque son de tipos diferentes. Es como tratar de mezclar piezas de diferentes rompecabezas. No encajan.

Imagina que estás llevando un registro de tus gastos mensuales. Si gastaste 50€ en comida y 30€ en transporte, puedes representar estos gastos como expresiones algebraicas: 50 y 30. Si quieres saber cuánto gastaste en total, puedes sumar estas expresiones para obtener 50 + 30 = 80. Aquí, las operaciones algebraicas te ayudan a calcular tus gastos totales de manera eficiente.

Multiplicar expresiones algebraicas es como crear conexiones más profundas entre los símbolos. Imagina que tienes dos términos algebraicos, como 2x y 3y. Al multiplicarlos, obtendrás 6xy, ya que estás multiplicando los coeficientes (2 y 3) y las variables (x e y). Esta operación nos permite combinar los términos de manera que representen una relación más compleja entre las variables.

Supongamos que estás diseñando un jardín rectangular y quieres calcular su área. Si la longitud del jardín es l metros y el ancho es w metros, el área (A) se calcula multiplicando la longitud por el ancho: A = l * w. Aquí, estás multiplicando dos expresiones algebraicas (l y w) para obtener el área total del jardín. Las operaciones algebraicas te permiten modelar y resolver problemas del mundo real de manera más eficiente.

La división de expresiones algebraicas es como descomponer un todo en partes más pequeñas. Supongamos que tienes dos términos algebraicos, como 4x y 2. Al dividirlos, obtendrás 2x, ya que estás dividiendo el término 4x por 2. Esta operación nos permite simplificar expresiones y reducir la complejidad de las relaciones algebraicas.

Imagina que estás conduciendo en un viaje por carretera y quieres calcular tu velocidad promedio. Si recorriste una distancia d en un tiempo t, la velocidad promedio (v) se calcula dividiendo la distancia por el tiempo: v = d / t. Aquí, estás dividiendo dos expresiones algebraicas (d y t) para obtener la velocidad promedio de tu viaje. Las operaciones algebraicas te permiten calcular y comprender fenómenos del mundo real de manera más profunda.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Una parte esencial de las operaciones con expresiones algebraicas es simplificar. Imagina que tienes una expresión como (3x + 5x) - (2x + 7). Puedes simplificarla combinando términos semejantes: (8x) - (9). Esto te lleva a la expresión simplificada 8x - 9. La simplificación nos ayuda a reducir expresiones complicadas a formas más manejables y comprensibles.

Supongamos que tienes una receta que requiere 3/6 de taza de azúcar. Para hacer la receta más sencilla, puedes reducir la fracción dividiendo tanto el numerador como el denominador por su máximo común divisor, que en este caso es 3. La fracción se reduce a 1/2 de taza de azúcar. Las operaciones algebraicas de simplificación se aplican a situaciones del mundo real, como ajustar recetas para cantidades específicas.

A continuación, veremos ejemplos concretos para cada operación:

1. Suma:
   - Expresión: 2x + 3x
   - Resultado: 5x
   - Aplicación: Si tienes 2x euros y ganas 3x euros más, tendrás un total de 5x euros.
2. Resta:
   - Expresión: 5y–2y
   - Resultado: 3y
   - Aplicación: Si tienes 5y manzanas y luego das 2y manzanas a un amigo, te quedarás con 3y manzanas.
3. Producto:
   - Expresión: 4a·2b
   - Resultado: 8ab
   - Aplicación: Si tienes 4a libros y cada libro cuesta 2b euros, el precio total sería 8ab euros.
4. Cociente:
   - Expresión: 6x/3
   - Resultado: 2x
   - Aplicación: Si tienes 6x caramelos y los compartes entre 3 amigos, cada uno recibirá 2x caramelos.
5. Suma y resta combinadas:
   - Expresión: 2x+4y–3x

- Resultado: $-x+4y$
- Aplicación: Si tienes $2x$ manzanas y $4y$ peras, pero luego consumes $3x$ manzanas, te quedarás con $-x+4y$ frutas en total.

6. Multiplicación de monomios:
    - Expresión: $3x^2 \cdot 2x^3$
    - Resultado: $6x^5$
    - Aplicación: Si tienes $3x^2$ libros y cada libro tiene $2x^3$ páginas, el total de páginas será $6x^5$ páginas.
7. Suma de polinomios:
    - Expresión: $2x^2 \cdot +3x-5+ x^2$
    - Resultado: $3x^2+3x-5$
    - Aplicación: Si tienes $2x^2$ libros de matemáticas, $3x$ lápices y 5 borradores, el total de tu material escolar sería $3x^2+3x-5$ elementos.
8. Resta de polinomios:
    - Expresión: $4x^3-2x^3+7x-3x$
    - Resultado: $2x^3+4x$
    - Aplicación: Si tienes $4x^3$ bloques y alguien te quita $2x^3$ bloques, y luego vendes $7x$ bloques, pero luego compras $3x$ bloques, te quedarás con $2x^3+4x$ bloques en total.
9. Operaciones mixtas:
    - Expresión: $2x+3(x-4)+2x$
    - Resultado: $7x-12$
    - Aplicación: Si tienes $2x$ euros, luego ganas 3 veces la cantidad de x menos 4 euros, y finalmente ganas $2x$ euros más, tendrás un total de $7x-9$ euros.

2. ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA.

2.1. SIGNIFICADO DE LAS ECUACIONES.

Las **ecuaciones de primer grado** son como puentes que conectan las incógnitas, representadas por la variable x, con números y relaciones matemáticas.

Estas ecuaciones tienen la forma general $ax+b=c$, donde a, b y c son coeficientes numéricos y x es la incógnita que buscamos resolver. A través de operaciones matemáticas cuidadosamente elegidas, podemos desentrañar el valor de x y descubrir la respuesta al enigma.

Una forma de comprender las ecuaciones de primer grado es verlas como historias matemáticas. Cada coeficiente y término en la ecuación tiene su propio significado en el contexto del problema. Las ecuaciones nos cuentan cómo se relacionan las cantidades y cómo los cambios en una variable afectan a las otras.

Supongamos que estás comprando camisetas en una tienda. Cada camiseta cuesta 25 dólares y tienes un descuento de 10 euros en tu compra. Si x representa el número de camisetas que compraste, puedes escribir la ecuación 25x–10= total para modelar esta situación. Resolver esta ecuación te permitirá descubrir cuántas camisetas compraste y el precio total de la compra.

Una habilidad esencial en la resolución de ecuaciones es **"despejar" la incógnita x.** Esto significa aislar ?x en un lado de la ecuación, revelando su valor. Usamos operaciones matemáticas como suma, resta, multiplicación y división para lograr esto. Cada paso que damos nos acerca más a la solución del enigma matemático.

Imagina que estás organizando un evento y necesitas calcular el coste total. Sabes que el alquiler del local es de 300 euros y cada entrada cuesta 20 euros. Si x representa el número de entradas vendidas, puedes escribir la ecuación 300+20x= *coste total* para representar esta situación. Al resolver la ecuación, descubrirás cuántas entradas necesitas vender para cubrir el coste del alquiler y generar ganancias.

Las ecuaciones de primer grado con una incógnita son mucho más que un ejercicio matemático. Tienen aplicaciones en diversas áreas de la vida diaria. Desde la economía hasta la física y la ingeniería, las ecuaciones de primer grado son herramientas versátiles que nos permiten modelar y resolver situaciones reales de manera más precisa y eficiente.

Supongamos que estás ahorrando dinero para un objetivo específico, como un viaje. Cada semana, depositas 50 euros en tu cuenta de ahorros. Si x representa el número de semanas que has estado ahorrando, puedes escribir la ecuación 50x= total ahorrado para representar tu progreso. Resolver esta ecuación te permitirá descubrir cuánto has ahorrado después de un cierto número de semanas.

Una de las curiosidades de las ecuaciones de primer grado es su capacidad para resolver problemas complejos de manera estructurada y lógica. Estas ecuaciones nos ayudan a tomar decisiones informadas y planificar estratégicamente, al tiempo que nos proporcionan una comprensión más profunda de las relaciones matemáticas subyacentes.

Supongamos que estás planeando un viaje por carretera y quieres calcular cuánto tiempo tardarás en llegar a tu destino. Si la distancia es 400 kilómetros y tu velocidad promedio es 90 km/hora, puedes usar la ecuación distancia/velocidad=tiempo para modelar la situación. Resolver esta ecuación te permitirá descubrir cuántas horas tardarás en llegar a tu destino.

La resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita fomenta el desarrollo de **habilidades analíticas y de resolución de problemas.** Requiere que apliquemos **lógica y razonamiento matemático** para desentrañar los enigmas que se presentan ante nosotros.

Imagina que tienes un negocio y deseas calcular tus ganancias. Sabes que tus ingresos totales son 1200 euros y tus gastos son 400 euros. Si x representa tus ganancias, puedes escribir la ecuación 1200−400=x para calcularlas. Resolver esta ecuación te permitirá obtener el valor exacto de tus ganancias.

Las ecuaciones de primer grado con una incógnita son como herramientas versátiles que nos permiten abordar una variedad de problemas. Desde la resolución de situaciones financieras hasta la planificación de eventos, estas ecuaciones se convierten en valiosas aliadas en el proceso de toma de decisiones informadas.

Supongamos que estás calculando tu calificación final en un curso. Sabes que tus tareas cuentan por 40% de tu calificación y tu examen final por 60%. Si x representa tu calificación en el examen final, puedes escribir la ecuación 0,4·tareas+0,6x=calificación final para determinar tu rendimiento. Resolver esta ecuación te dará tu calificación final basada en tus tareas y el examen.

2.2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO. DESPEJAR LA INCÓGNITA.

A continuación, veremos diferentes ejemplos de resolución de ecuaciones de primer grado. En estas 10 primeras utilizaremos únicamente la suma:

- **2x+5=11**
  - Paso 1: El 5 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 2x=6
  - Paso 2: Se despeja el 2 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=6/2
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=5
- **3x+7=22**
  - Paso 1: El 7 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 3x=15

- Paso 2: Se despeja el 3 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=15/3
- Paso 3: Se realiza la división resultando x=5

- **4x+12=28**
  - Paso 1: El 12 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 4x=16
  - Paso 2: Se despeja el 4 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=16/4
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=4
- **5x+8=33**
  - Paso 1: El 8 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 5x=25
  - Paso 2: Se despeja el 5 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=25/5
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=5
- **6x+9=51**
  - Paso 1: El 9 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 6x=42
  - Paso 2: Se despeja el 6 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=42/6
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=8
- **7x+4=25**
  - Paso 1: El 4 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 7x=21
  - Paso 2: Se despeja el 7 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=21/7
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=3
- **8x+6=46**
  - Paso 1: Restamos 6 de ambos lados: 8x=40
  - Paso 2: Dividimos por 8: x=5
- **9x+10=55**
  - Paso 1: Restamos 10 de ambos lados: 9x=45
  - Paso 2: Dividimos por 9: x=5

- **10x+15=75**
  - Paso 1: Restamos 15 de ambos lados: 10x=60
  - Paso 2: Dividimos por 10: x=6
- **11x+20=90**
  - Paso 1: Restamos 20 de ambos lados: 11x=70
  - Paso 2: Dividimos por 11: x=6.36

En la siguientes utilizaremos la resta, y la combinación de suma y resta:

- **5x–3=12**
  - Paso 1: El -3 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 5x=15
  - Paso 2: Se despeja el 5 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=15/5
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=3
- **8x–10=30**
  - Paso 1: El -10 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 8x=40
  - Paso 2: Se despeja el 8 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=40/8
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=5
- **6x–15=21**
  - Paso 1: El -15 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 6x=36
  - Paso 2: Se despeja el 6 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=36/6
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=6
- **9x–7=38**
  - Paso 1: El -7 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 9x=45
  - Paso 2: Se despeja el 9 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=45/9
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=9
- **4x–2=18**
  - Paso 1: El -2 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 4x=20

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- Paso 2: Se despeja el 4 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=20/4
- Paso 3: Se realiza la división resultando x=5

- **12x–8=44**
  - Paso 1: El -8 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 12x=52
  - Paso 2: Se despeja el 6 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=52/12
  - Paso 3: La división es un número decimal, luego se deja en forma de fracción simplificada quedando como: x=13/3

En la siguientes utilizaremos la multiplicación, y la combinación de suma, resta y multiplicación:

- **3x=15**
  - Paso 1: Se despeja el 3 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=15/3
  - Paso 2: Se realiza la división resultando x=5
- **4x=24**
  - Paso 1: Se despeja el 4 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=24/4
  - Paso 2: Se realiza la división resultando x=6
- **5x=35**
  - Paso 1: Se despeja el 5 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=35/5
  - Paso 2: Se realiza la división resultando x=7
- **6x=54**
  - Paso 1: Se despeja el 6 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=54/6
  - Paso 2: Se realiza la división resultando x=8
- **2x–3=9**
  - Paso 1: El -3 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 2x=12
  - Paso 2: Se despeja el 2 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=12/2

- Paso 3: Se realiza la división resultando x=6

- **3x+5=20**
  - Paso 1: El 5 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 3x=15
  - Paso 2: Se despeja el 3 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=15/3
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=5

En la siguientes utilizaremos la división, y la combinación de suma, resta y división:

- **x/2=5**
  - Paso 1: Se despeja el 2 pasando al otro lado multiplicando, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=5*2
  - Paso 2: Se realiza la multiplicación resultando x=10
- **x/3=4**
  - Paso 1: Se despeja el 3 pasando al otro lado multiplicando, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=4*3
  - Paso 2: Se realiza la multiplicación resultando x=12
- **x/4=3**
  - Paso 1: Se despeja el 4 pasando al otro lado multiplicando, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=3*4
  - Paso 2: Se realiza la multiplicación resultando x=12
- **x/5=2**
  - Paso 1: Se despeja el 5 pasando al otro lado multiplicando, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=2*5
  - Paso 2: Se realiza la multiplicación resultando x=10
- **x/6=1**
  - Paso 1: Se despeja el 2 pasando al otro lado multiplicando, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=2*5
  - Paso 2: Se realiza la multiplicación resultando x=10
- **2x+4=18**
  - Paso 1: El 4 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 2x=14

- Paso 2: Se despeja el 2 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=14/2
- Paso 3: Se realiza la división resultando x=7

- **3x–6=15**
  - Paso 1: El -6 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 3x=21
  - Paso 2: Se despeja el 3 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=21/3
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=7

En la siguientes combinaremos todas las operaciones, suma, resta, multiplicación y división:

- **4x×3=36**
  - Paso 1: El 3 pasa al lado derecho del igual dividiendo, quedando: 4x=12
  - Paso 2: Se despeja el 4 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=12/4
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=3
- **6x–9=3x+6**
  - Paso 1: El -9 pasa al lado derecho del igual cambiando de signo, quedando: 6x=3x+15
  - Paso 2: 3x pasa al lado izquierdo de la ecuación restando, ya que en el lado derecho está dividiendo, quedando: 3x=15
  - Paso 3: Se despeja el 3 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=15/3
  - Paso 4: Se realiza la división resultando x=5
- **2x×4=16**
  - Paso 1: El 4 pasa al lado derecho del igual dividiendo, quedando: 2x=4
  - Paso 2: Se despeja el 2 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=4/2
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=2
- **2x/4=12**
  - Paso 1: El 4 pasa al lado derecho del igual multiplicando, quedando: 2x=48
  - Paso 2: Se despeja el 2 pasando al lado derecho dividiendo, ya que en el izquierdo está multiplicando: x=48/2
  - Paso 3: Se realiza la división resultando x=24

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Ideas clave

- Las **expresiones algebraicas** son como un lenguaje universal de las matemáticas. Son capaces de describir una amplia gama de situaciones, desde el movimiento de objetos físicos hasta las complejidades de los sistemas económicos.

- Cada expresión algebraica es un **rompecabezas** que necesita ser resuelto. Las letras actúan como piezas faltantes en el enigma. A través de la expresión matemática y la resolución de ecuaciones, podemos encajar estas piezas en su lugar y descubrir la solución a problemas de todo tipo.

- Las expresiones algebraicas actúan como un **puente entre lo concreto y lo abstracto.** Nos permiten traducir situaciones reales en términos matemáticos y viceversa. Esta habilidad de representar fenómenos físicos y conceptos abstractos mediante letras y símbolos algebraicos es esencial para la modelación y la resolución de problemas en una amplia gama de disciplinas.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- A pesar de su apariencia compleja, las expresiones algebraicas revelan la **simplicidad subyacente** en muchas relaciones matemáticas y del mundo real. Detrás de cada ecuación hay un patrón o una estructura que, una vez comprendida y manipulada, permite resolver problemas de manera sistemática.

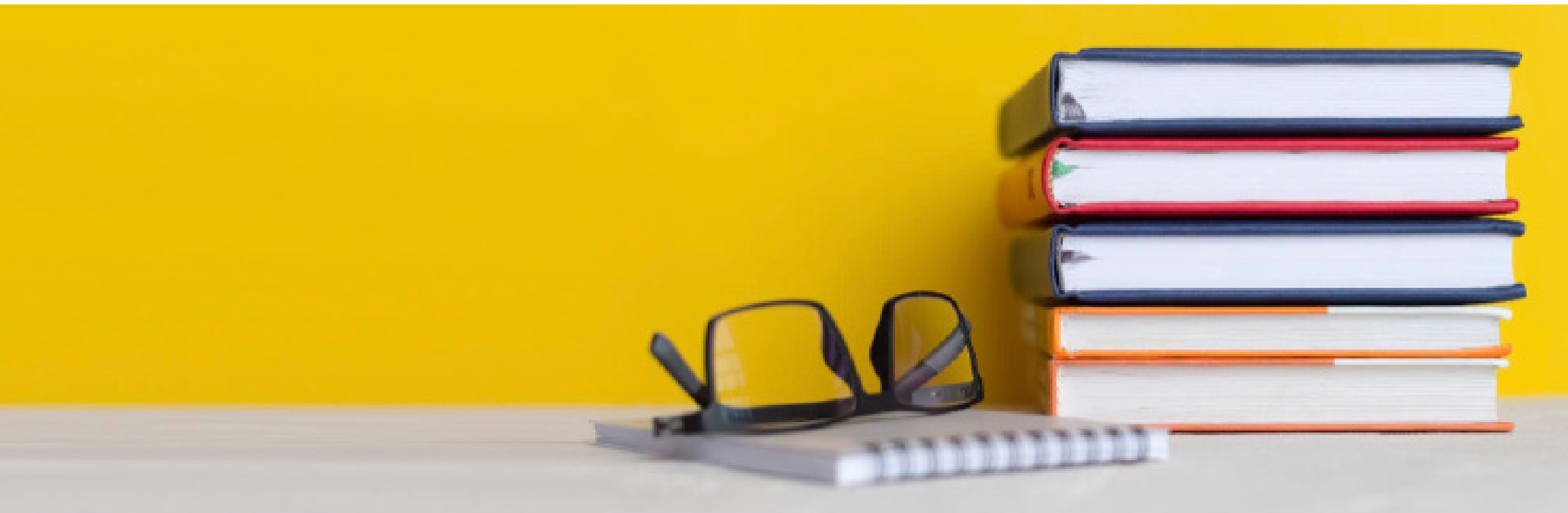
- Las expresiones algebraicas son **herramientas analíticas versátiles.** No solo nos ayudan a resolver problemas matemáticos, sino que también nos equipan con habilidades analíticas valiosas en la vida cotidiana.

Glosario

- **Expresión algebraica:** Una expresión algebraica es una combinación de números, letras (llamadas variables) y operaciones matemáticas (como suma, resta, multiplicación y división). Puede incluir términos con coeficientes y exponentes.
- **Monomio:** Un monomio es una expresión algebraica que consiste en un solo término.
- **Números consecutivos:** Los números consecutivos son aquellos que siguen uno tras otro en orden, incrementando o disminuyendo en una unidad.
- **Situaciones concretas:** Las situaciones concretas se refieren a escenarios reales o tangibles que pueden ser observados, medidos y experimentados directamente en el mundo físico.
- **Situaciones abstractas:** Las situaciones abstractas son conceptuales y no están necesariamente ligadas a experiencias físicas directas.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Referencias bibliográficas



- Almaguer, G., Bazaldúa J.M., Cantú, F., Rodríguez, L. (2002). *Matemáticas 1.* Limusa Noriega Editores.
- Ballester, F.J., Ballester, J.I., Ballester, S. (2008). *Ejercicios de ecuaciones de primer y segundo grado, ESO (Didáctica escolar).* Liber Factory.
- Navarro, R. (2014). *Ecuaciones de primer grado (Fichas de matemáticas nº1).* Edita Rocío Navarro Lacoba.
- Navarro, R. (2014). *La guía definitiva del álgebra para la enseñanza secundaria (Fichas de matemáticas).* Edita Rocío Navarro Lacoba.

Enlaces web de interés

- [Ecuaciones de primer grado con una incógnita.]
- [¿Qué son las ecuaciones de primer grado?]
- [Ejercicios de ecuaciones algebraicas.]
- [Expresiones algebraicas sencillas.]
- [Elementos de las expresiones algebraicas.]

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU

MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL

Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia

Castilla-La Mancha