

Competencia matemática
Competencias clave

Nivel **3**



Índice de contenidos

BLOQUE III: APLICACIÓN DE LA GEOMETRÍA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	3
UD8.1: POLÍGONOS.....	4
Presentación.....	5
Objetivos	6
1. POLÍGONOS.	7
1.1. PROPIEDADES Y RELACIONES.	7
1.2. SIGNIFICADO Y CÁLCULO DE PERÍMETROS Y ÁREAS.	12
1.3. CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS.	15
1.4. UTILIZACIÓN DE PERÍMETROS Y ÁREAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL ENTORNO.	20
Ideas clave	27
Glosario.....	29
Referencias bibliográficas.....	30
Enlaces web de interés	31

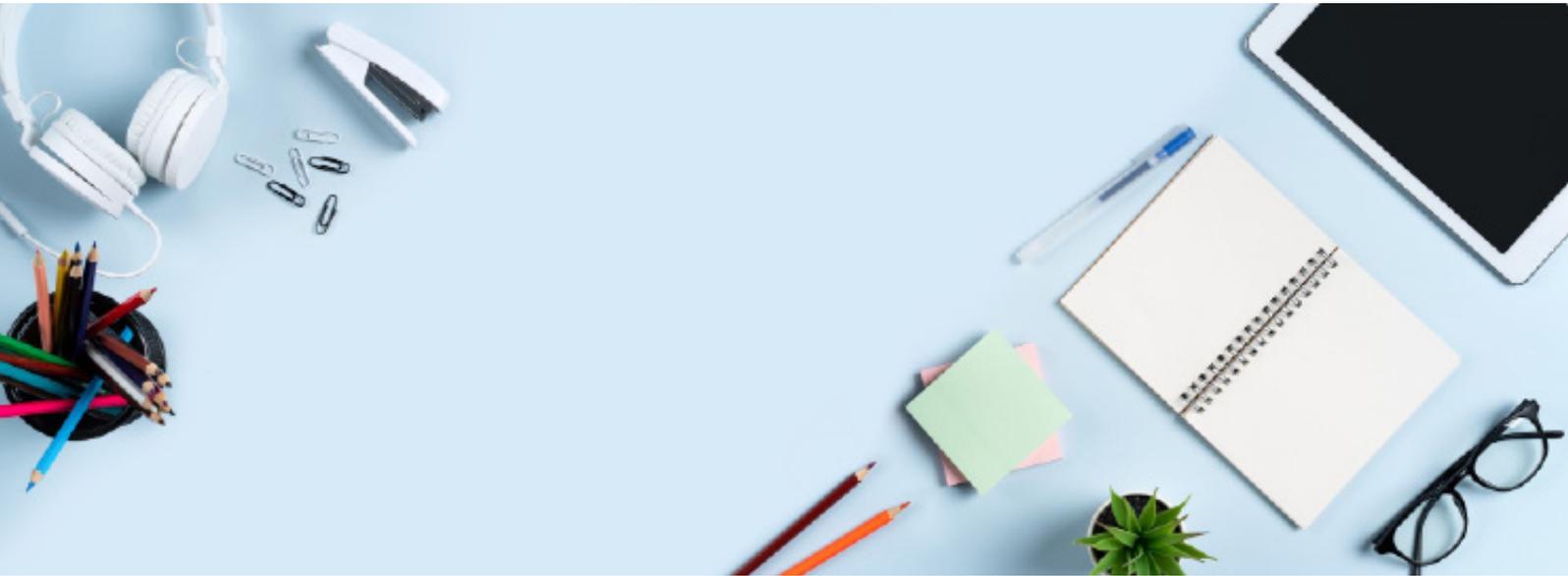
BLOQUE III: APLICACIÓN DE LA GEOMETRÍA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.



UD8.1: POLÍGONOS.



Presentación



Los polígonos son elementos fundamentales en la geometría y las matemáticas. Estas figuras geométricas planas se componen de segmentos de línea conectados en vértices. La importancia de los polígonos radica en su presencia en diversos campos, desde la arquitectura y la cartografía hasta el diseño de videojuegos.

Comprender sus propiedades y clasificaciones es esencial para una sólida base en matemáticas y para apreciar su papel en el mundo que nos rodea.

En esta unidad didáctica, nos adentraremos en el mundo de los polígonos. Analizaremos sus características únicas, conoceremos sus clasificaciones y repasaremos las fórmulas para calcular sus áreas y perímetros. A medida que exploramos, ganaremos una comprensión más profunda de cómo los polígonos son parte integral de la vida cotidiana y cómo se aplican en diversas disciplinas.

Al final de esta unidad, dominarás los conceptos esenciales de los polígonos; conocerás los tipos de polígonos, sus propiedades y aplicaciones prácticas; y podrás abordar desafíos matemáticos y apreciar la geometría en tu entorno diario.

Objetivos



- Determinar el área de polígonos regulares e irregulares a través de fórmulas específicas, como la fórmula del área de un triángulo, para comprender su extensión en un plano bidimensional.
- Identificar y categorizar polígonos en función de sus características, como el número de lados y ángulos, para reconocer patrones y diferencias.
- Estudiar y deducir propiedades intrínsecas de polígonos regulares, como la congruencia de sus lados y ángulos, para comprender sus similitudes y diferencias.
- Emplear fórmulas específicas de perímetro para determinar la longitud total de los lados de diversos polígonos, facilitando su medición y comparación.
- Utilizar conceptos de polígonos en la resolución de problemas matemáticos y prácticos, como el cálculo de áreas de terrenos o la determinación de ángulos en figuras poligonales, para aplicar el conocimiento en situaciones cotidianas.

1. POLÍGONOS.

1.1. PROPIEDADES Y RELACIONES.

Un **polígono** es una figura plana que está limitada por segmentos de línea recta llamados **lados**. Estos lados se encuentran en puntos llamados **vértices**. En esencia, un polígono es una figura cerrada formada por una secuencia finita de segmentos de línea.

Triángulos.

Cuadriláteros.

Pentágonos.

Hexágonos.

Heptágonos.

Octógonos.

Polígonos con nueve lados o más.

Clasificación de los polígonos según sus lados.

Los polígonos se clasifican en:

- **Triángulos:** Los triángulos poseen una serie de propiedades y características que los hacen especialmente interesantes en el campo de la **geometría y las matemáticas** en general. A continuación, exploraremos algunas de estas **propiedades** fundamentales.

- **Suma de los ángulos de un triángulo:** Una de las propiedades más básicas y fundamentales de los triángulos es que la suma de sus ángulos internos siempre es igual a **180 grados**. Este resultado se conoce como el "**Teorema de la Suma de los Ángulos de un Triángulo**" y es válido para cualquier tipo de triángulo, ya sea equilátero, isósceles o escaleno.

Este teorema se deriva de manera sencilla al considerar un triángulo como dos ángulos que suman un ángulo recto (90 grados) y otro ángulo que suma 90 grados. Por lo tanto, la suma total es de 180 grados.

- **Teorema de Pitágoras y triángulos rectángulos:** El famoso Teorema de Pitágoras es una relación fundamental que se aplica específicamente a triángulos rectángulos. Un triángulo rectángulo es aquel que tiene un **ángulo recto**, es decir, un ángulo de **90 grados**.

El teorema establece que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Donde c representa la longitud de la hipotenusa, y a y b representan las longitudes de los otros dos lados.

- **Congruencia de triángulos:** Dos triángulos son congruentes si tienen los mismos lados y ángulos congruentes en el mismo orden. La congruencia de triángulos es un concepto fundamental en geometría y se utiliza para demostrar **la igualdad o similitud de figuras geométricas**.

Existen varios métodos para demostrar la congruencia de triángulos, como el criterio **LAL** (lado-ángulo-lado), el criterio **LLL** (lado-lado-lado), el criterio **AAS** (ángulo-ángulo-lado) y otros.

- El **Teorema de Tales** establece que, si se traza una línea paralela a uno de los lados de un triángulo y corta los otros dos lados, divide estos dos lados **en segmentos proporcionales**. Esto significa que la razón de las longitudes de los segmentos formados en un lado es igual a la **razón de las longitudes** de los segmentos en el otro lado.

- **Semejanza de triángulos:** La semejanza de triángulos es una relación que existe entre dos triángulos cuando los ángulos correspondientes son iguales, y las longitudes de los lados son proporcionales. En otras palabras, dos triángulos son semejantes si tienen la **misma forma**, pero pueden tener **diferentes tamaños**.
- La **semejanza de triángulos** se utiliza en trigonometría para resolver problemas de altura, distancia y ángulos, y es fundamental en el cálculo de distancias inaccesibles utilizando la trigonometría.
- **Cuadrilátero:** Los cuadriláteros tienen una serie de propiedades matemáticas que los hacen particularmente interesantes. Estas propiedades se derivan de sus definiciones y se utilizan en una variedad de aplicaciones prácticas y teoremas matemáticos. A continuación, exploraremos algunas de las **propiedades clave** de los cuadriláteros.
 - **Suma de los ángulos internos de un cuadrilátero:** Una de las propiedades más básicas de los cuadriláteros es que la suma de los ángulos internos de cualquier cuadrilátero es igual a **360 grados**. Esta propiedad se puede demostrar **dividiendo un cuadrilátero** en dos triángulos y aplicando el **teorema de la suma de los ángulos de un triángulo**, que establece que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a **180 grados**.
 - **Propiedades de los cuadrados y rectángulos:** Los cuadrados y los rectángulos son cuadriláteros especiales con propiedades adicionales:
 - a. **Cuadrado:** En un cuadrado, todos los lados son de igual longitud, y todos los ángulos son rectos (90 grados).
 - b. **Rectángulo:** En un rectángulo, todos los ángulos son rectos, pero los lados opuestos son de igual longitud.
- **Pentágono:** Un pentágono es un polígono que consta de **cinco lados y cinco ángulos**. La palabra "pentágono" se deriva de dos palabras griegas: "penta", que significa cinco, y "gonia", que significa ángulo. Por lo tanto, un pentágono es un polígono de cinco lados y cinco ángulos.

Los pentágonos tienen una serie de propiedades matemáticas interesantes que pueden explorarse en detalle. A continuación, se presentan algunas de las **propiedades** más destacadas:

- **Suma de ángulos internos:** La suma de los ángulos internos de cualquier pentágono siempre es igual a **540 grados**. Esta propiedad es una consecuencia del **teorema de la suma de ángulos internos para los polígonos** y se puede demostrar de varias formas, como la división del pentágono **en triángulos**.

- **Suma de ángulos externos:** La suma de los ángulos externos de cualquier pentágono siempre es igual a **360 grados**. Los ángulos externos se forman cuando se extienden los lados del pentágono **hacia afuera**, y la propiedad se deriva del teorema de la **suma de ángulos externos**.
- **Número de diagonales:** Un pentágono tiene cinco **diagonales**. Las diagonales son segmentos de línea que unen dos **vértices no adyacentes en un polígono**. En un pentágono, puedes trazar cinco diagonales diferentes.
- **Simetría:** Un pentágono regular tiene **cinco ejes de simetría**. Estos ejes dividen el pentágono en partes congruentes y se pueden visualizar al conectar el centro del pentágono con cada vértice.
- **Hexágono:** Los hexágonos tienen una serie de propiedades matemáticas que los hacen objetos de estudio interesantes. A continuación, se presentan algunas de las **propiedades más destacadas** de los hexágonos:
 - **Suma de ángulos internos:** La suma de los ángulos internos de cualquier hexágono siempre es igual a **720 grados**. Esta propiedad se deriva del **teorema de la suma de ángulos internos para los polígonos** y se puede demostrar dividiendo el hexágono **en triángulos**.
 - **Suma de ángulos externos:** La suma de los ángulos externos de cualquier hexágono siempre es igual a **360 grados**. Los ángulos externos se forman cuando se extienden los lados del hexágono hacia afuera, y la propiedad se deriva del teorema de la **suma de ángulos externos**.
 - **Número de diagonales:** Un hexágono tiene **nueve diagonales**. Las diagonales son segmentos de línea que conectan vértices no adyacentes en un polígono. En un hexágono, puedes trazar **nueve diagonales diferentes**.
 - **Simetría:** Un hexágono regular tiene **seis ejes de simetría**. Estos ejes dividen el hexágono en partes congruentes y se pueden visualizar al conectar el centro del hexágono con cada vértice.
- **Heptágono:** Un heptágono es un polígono con **siete lados y siete ángulos**. La palabra "heptágono" se deriva del griego "hepta", que significa siete, y "gonia", que significa ángulo. Esto significa que un heptágono es una figura plana que consta de siete segmentos de línea que forman sus lados y siete ángulos que se forman en sus vértices.

Los heptágonos tienen una serie de **propiedades** matemáticas:

- **Suma de ángulos internos:** La suma de los ángulos internos de cualquier heptágono siempre es igual a **900 grados**. Esta propiedad se deriva del teorema de la **suma de ángulos internos para los polígonos** y se puede demostrar dividiendo el heptágono en **triángulos**.

- **Suma de ángulos externos:** La suma de los ángulos externos de cualquier heptágono siempre es igual a **360 grados**. Los ángulos externos se forman cuando se extienden los lados del heptágono hacia afuera, y la propiedad se deriva del **teorema de la suma de ángulos externos**.
- **Número de diagonales:** Un heptágono tiene **14 diagonales**. Las diagonales son segmentos de línea que conectan vértices no adyacentes en un polígono. En un heptágono, puedes trazar **14 diagonales diferentes**.
- **Simetría:** Los heptágonos pueden tener diferentes **ejes de simetría**, dependiendo de su forma y orientación. Un heptágono regular tiene siete ejes de simetría que dividen el heptágono en partes congruentes.
- **Octógono:** Un octógono es un polígono que consta de **ocho lados y ocho ángulos**. La palabra "octógono" se deriva del griego "octo," que significa ocho, y "gonia," que significa ángulo. En términos simples, un octógono es una figura plana compuesta de **ocho segmentos de línea** que forman sus lados y ocho ángulos que se forman en sus vértices.

Los octógonos tienen una serie de propiedades matemáticas:

- **Suma de ángulos internos:** La suma de los ángulos internos de cualquier octógono siempre es igual a **1080 grados**. Esta propiedad se deriva del teorema de la **suma de ángulos internos para los polígonos** y se puede demostrar dividiendo el octógono en **triángulos**.
- **Suma de ángulos externos:** La suma de los ángulos externos de cualquier octógono siempre es igual a **360 grados**. Los ángulos externos se forman cuando se extienden los lados del octógono **hacia afuera**, y la propiedad se deriva del teorema de la **suma de ángulos externos**.
- **Número de diagonales:** Un octógono tiene **20 diagonales**. Las diagonales son segmentos de línea que conectan vértices no adyacentes en un polígono. En un octógono, puedes trazar 20 diagonales diferentes.
- **Simetría:** Los octógonos pueden tener diferentes ejes de simetría, **dependiendo de su forma y orientación**. Un octógono regular tiene ocho ejes de simetría que dividen el octógono en partes congruentes.
- **Polígonos de 9 lados o más:** Un polígono de 9 lados o más es una figura geométrica plana que consta de **nueve o más segmentos de línea** recta llamados lados. Cada par de lados se encuentra en un punto llamado vértice.

Poseen las siguientes **propiedades**:

- **Suma de ángulos internos:** La suma de los ángulos internos de cualquier polígono de 9 lados o más se puede calcular utilizando el **teorema de la suma de ángulos internos para polígonos**. En general, la suma de los ángulos internos de un polígono de n lados es igual a $(n-2) \times 180$ grados. Por lo tanto, para un eneágono (polígono de 9 lados), la suma de los ángulos internos es $(9-2) \times 180 = 1260$ grados.
- **Suma de ángulos externos:** La suma de los ángulos externos de cualquier polígono de 9 lados o más siempre es igual a **360 grados**. Los ángulos externos se forman cuando se extienden los lados del polígono hacia afuera.
- **Número de diagonales:** El número de diagonales en un polígono de 9 lados o más se puede calcular utilizando la **fórmula $n(n-3)/2$** , donde "n" representa el número de lados. Por ejemplo, en un eneágono, el número de diagonales es $9(9-3)/2 = 9 \times 6/2 = 27$.
- **Propiedades de simetría:** Los polígonos de 9 lados o más pueden exhibir **varios ejes de simetría**, dependiendo de su forma y orientación. Estos ejes de simetría pueden dividir el polígono en partes congruentes.



Recuerda

Podemos clasificar los polígonos, en función del número de sus lados, en triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, heptágonos, octógonos y polígonos de nueve o más lados.

1.2. SIGNIFICADO Y CÁLCULO DE PERÍMETROS Y ÁREAS.

Veamos a continuación el **perímetro** y el **área** aplicada para cada tipo de polígono:

- **Triángulo:**

- **Perímetro:** El perímetro de un triángulo es la **suma de las longitudes de sus tres lados**. Para calcular el perímetro, simplemente se suma la longitud de cada lado:

$$\text{Perímetro} = \text{Lado 1} + \text{Lado 2} + \text{Lado 3}$$

El cálculo del perímetro es una operación sencilla y fundamental en geometría, ya que proporciona información sobre la longitud total del contorno del triángulo. Esta medida es esencial en situaciones en las que se necesita conocer la longitud de una cerca, un borde o cualquier otro aspecto relacionado con la longitud de la figura.

- **Área:** El área se refiere a la cantidad de **espacio que ocupa el triángulo en un plano**. El área de un triángulo se calcula utilizando la siguiente fórmula:

$$\text{Área} = (\text{base} \times \text{altura}) / 2$$

Es decir, el área es igual al tamaño de la base, multiplicado por la altura del triángulo, y dividido entre 2.

- **Cuadrilátero:**

- **Perímetro:** El perímetro de un cuadrilátero es la **suma de las longitudes de sus cuatro lados**. Para calcular el perímetro, simplemente, se suma la longitud de cada lado:

$$\text{Perímetro} = \text{Lado 1} + \text{Lado 2} + \text{Lado 3} + \text{Lado 4}$$

El cálculo del perímetro es una operación sencilla y fundamental en geometría, ya que proporciona información sobre la longitud total del contorno del cuadrilátero. Esta medida es esencial en situaciones en las que se necesita conocer la longitud de una cerca, un borde o cualquier otro aspecto relacionado con la longitud de la figura.

- **Área:** El área del cuadrilátero se refiere a la **cantidad de espacio que ocupa el cuadrilátero en un plano**. El área de un cuadrilátero se calcula así:

$$\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$$

Es decir, el área es igual al tamaño de la base por la altura.

- **Pentágono:**

- **Perímetro:** El cálculo del perímetro de un pentágono se realiza **sumando la longitud de cada uno de sus lados**, es decir:

$$\text{Perímetro} = \text{Lado 1} + \text{Lado 2} + \text{Lado 3} + \text{Lado 4} + \text{Lado 5}$$

- **Área:** El área del pentágono se calcula con la siguiente ecuación:

$$\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2$$

Siendo el **perímetro** la suma de sus lados y la **apotema** la perpendicular que une el centro de polígono con la perpendicular a cualquiera de sus lados.

● **Hexágono:**

- **Perímetro:** El perímetro de un polígono es la medida de la **longitud total de todos sus lados**. Para calcular el perímetro de un hexágono, simplemente sumamos las longitudes de sus seis lados, es decir:

$$\text{Perímetro} = \text{Lado 1} + \text{Lado 2} + \text{Lado 3} + \text{Lado 4} + \text{Lado 5} + \text{Lado 6}$$

- **Área:** El área del hexágono se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2$$

Siendo el perímetro la suma de sus lados y la apotema la perpendicular a cualquiera de sus lados que pasa por el centro del polígono.

● **Heptágono:**

- **Perímetro:** El perímetro del heptágono es igual a **la suma de sus lados**, tal y como se muestra a continuación:

$$\text{Perímetro} = \text{Lado 1} + \text{Lado 2} + \text{Lado 3} + \text{Lado 4} + \text{Lado 5} + \text{Lado 6} + \text{Lado 7}$$

- **Área:** El área del heptágono se calcula así:

$$\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2$$

Siendo el perímetro la suma de sus lados y la apotema la perpendicular que une el centro de polígono con la perpendicular a cualquiera de sus lados.

● **Octógono:**

- **Perímetro:** El perímetro del octógono es igual a **la suma de sus lados**, es decir:

$$\text{Perímetro} = \text{Lado 1} + \text{Lado 2} + \text{Lado 3} + \text{Lado 4} + \text{Lado 5} + \text{Lado 6} + \text{Lado 7} + \text{Lado 8}$$

- **Área:** El área del octógono se calcula como:

$$\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2$$

Es decir, es igual al producto de la suma de sus lados por la perpendicular a cualquiera de sus lados que pase por centro del polígono.

● **Polígonos de 9 lados o más:**

- **Perímetro:** La forma de calcular el perímetro de polígonos de 9 lados o más es **sumando sus lados**, igual que los polígonos anteriores:

$$\text{Perímetro} = \text{Lado 1} + \text{Lado 2} + \text{Lado 3} + \text{Lado 4} + \text{Lado 5} + \text{Lado 6} + \text{Lado 7} + \text{Lado 8} + \text{Lado 9} + \dots + \text{Lado N}$$

- **Área:** El área de los polígonos de 9 lados se calcula **multiplicando su perímetro por su apotema y dividiéndolo entre 2:**

$$\text{Área} = (\text{perímetro} \times \text{apotema}) / 2$$



Importante

En cada polígono, es muy importante saber lo que queremos calcular. Por ello, debemos diferenciar y tener en cuenta que podemos calcular, por una parte, el perímetro, y, por la otra, el área.

1.3. CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS.

Los polígonos se clasifican en:

Triángulos.

Cuadriláteros.

Pentágonos.

Hexágonos.

Heptágonos.

Octógonos.

Polígonos con nueve lados o más.

Clasificación de los polígonos según sus lados II.

- **Triángulos:** Un triángulo es una figura geométrica plana compuesta por **tres segmentos de línea que se intersecan en tres vértices**. A pesar de que todos los triángulos comparten esta definición básica, existen numerosas maneras de clasificarlos en función de sus propiedades y características particulares. Veamos algunas de las **formas más comunes** de clasificar los triángulos:

Un enfoque común para clasificar triángulos se basa en las **longitudes de sus lados**. Aquí, encontramos tres categorías principales:

- **Triángulo equilátero:** En un triángulo equilátero, todos los lados tienen **la misma longitud**. Esto significa que los tres ángulos del triángulo también son congruentes, cada uno midiendo **60 grados**.
- **Triángulo isósceles:** En un triángulo isósceles, **al menos, dos de los lados** tienen la misma longitud. Los **ángulos opuestos** a los lados iguales también son congruentes.
- **Triángulo escaleno:** En un triángulo escaleno, los **tres lados tienen longitudes diferentes**. Los ángulos correspondientes también son distintos en tamaño.

Otra forma de clasificar los triángulos se basa en las **medidas de sus ángulos internos**. Aquí encontramos tres categorías principales:

- **Triángulo acutángulo:** En un triángulo acutángulo, todos los ángulos internos son **agudos**, lo que significa que miden menos de **90 grados**. La suma de los tres ángulos siempre es **menor que 180 grados**.
 - **Triángulo rectángulo:** En un triángulo rectángulo, uno de los ángulos internos es un ángulo recto, que mide exactamente **90 grados**. Los otros dos ángulos son **agudos**.
 - **Triángulo obtusángulo:** En un triángulo obtusángulo, uno de los ángulos internos es obtuso, lo que significa que mide **más de 90 grados**. La suma de los tres ángulos siempre es **mayor que 180 grados**.
- **Cuadrilátero:** Un cuadrilátero es una figura geométrica plana que tiene **cuatro lados y cuatro vértices**.

Los cuadriláteros se pueden clasificar en función de sus **propiedades y características**. A continuación, se presentan algunas de las categorías más comunes:

- **Cuadrilátero convexo:** En un cuadrilátero convexo, todos los ángulos son **menores de 180 grados**, y cualquier línea que conecta dos puntos dentro del cuadrilátero está completamente contenida en el interior de la figura.
- **Cuadrilátero cóncavo:** En un cuadrilátero cóncavo, al menos, uno de los ángulos es **mayor de 180 grados**, lo que significa que la línea que conecta dos puntos dentro del cuadrilátero se extiende más allá de los límites de la figura.

- **Cuadrilátero regular:** Los cuadriláteros regulares son aquellos en los que todos los lados y ángulos **son congruentes**. Un **cuadrado** es un ejemplo de un cuadrilátero regular, ya que tiene cuatro lados de igual longitud y cuatro ángulos de igual medida.

Además de la clasificación básica, los cuadriláteros pueden clasificarse aún más en subcategorías según sus propiedades específicas:

- **Cuadrado:** Un cuadrado es un cuadrilátero regular con cuatro ángulos rectos (de 90 grados) y todos los lados de igual longitud.
- **Rectángulo:** Un rectángulo es un cuadrilátero con cuatro ángulos rectos, pero los lados opuestos son de igual longitud.
- **Rombo:** Un rombo es un cuadrilátero con todos los lados de igual longitud, pero los ángulos no son necesariamente rectos.
- **Paralelogramo:** Un paralelogramo es un cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos. Esto incluye rectángulos y rombos, así como cuadriláteros en general.
- **Trapezio:** Un trapezio es un cuadrilátero con, al menos, un par de lados paralelos.
- **Cuerda:** Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados adyacentes de igual longitud.
- **Cometa:** Un cuadrilátero con dos pares de lados adyacentes de igual longitud, donde uno de los ángulos interiores es cóncavo.
- **Cuadrilátero cruzado:** Un cuadrilátero en el que las diagonales se cruzan.
- **Pentágono:** Un pentágono es un polígono que consta de **cinco lados y cinco ángulos**. Existen varias formas diferentes de pentágonos, cada una con sus propias características y propiedades únicas. A continuación, se describen los tipos de pentágonos más comunes:
 - **Pentágono regular:** Un pentágono regular es un pentágono en el que todos **los lados y ángulos son congruentes**. Esto significa que los cinco lados tienen la misma longitud y los cinco ángulos tienen la misma medida.
 - **Pentágono irregular:** Un pentágono irregular es un pentágono en el que, **al menos, un par de lados o ángulos no son congruentes**. Esto significa que los lados pueden tener longitudes diferentes y los ángulos pueden tener medidas diferentes.
 - **Pentágono cóncavo:** Un pentágono cóncavo es un pentágono en el que, **al menos, un ángulo es mayor que 180 grados**. Esto provoca que el pentágono tenga una **curva hacia adentro** en lugar de una forma **convexa**.
 - **Pentágono convexo:** Un pentágono convexo es un pentágono en el que todos los ángulos son **menores de 180 grados**. En otras palabras, **no hay ángulos cóncavos** en un pentágono convexo.

- **Pentágono estrellado:** Un pentágono estrellado es un pentágono en el que las líneas que **conectan los vértices cruzan el interior del pentágono**. Esto crea una **aparición de estrella** y es una característica distintiva de este tipo de pentágono.
- **Hexágonos:** Los hexágonos se pueden clasificar en **varias categorías** según sus propiedades y características. Aquí se presentan algunos de los tipos de hexágonos más comunes:
 - **Hexágono regular:** Un hexágono regular es un hexágono en el que todos los lados son congruentes, lo que significa que tienen la misma longitud, y todos los ángulos son congruentes, lo que significa que tienen la misma medida. Un ejemplo de un hexágono regular es el hexágono regular regular. Hexágono, que es una figura geométrica con seis lados y seis ángulos idénticos.
 - **Hexágono irregular:** Un hexágono irregular es un hexágono en el que al menos un par de lados o ángulos no son congruentes. Esto significa que los lados pueden tener longitudes diferentes y los ángulos pueden tener medidas diferentes.
 - **Hexágono cóncavo:** Un hexágono cóncavo es un hexágono en el que, **al menos, uno de sus ángulos es mayor de 180 grados**, lo que provoca que el hexágono tenga **una curva hacia adentro** en lugar de una forma convexa.
 - **Hexágono convexo:** Un hexágono convexo es un hexágono en el que todos los ángulos son menores **de 180 grados**, lo que significa que **no hay ángulos cóncavos**.
 - **Hexágono estrellado:** Un hexágono estrellado es un hexágono en el que las líneas que **conectan los vértices** cruzan el interior del hexágono, creando **una aparición de estrella**. Los hexágonos estrellados son figuras geométricas interesantes y, a menudo, se utilizan en patrones y decoraciones.
- **Heptágono:** Un heptágono es un polígono con **siete lados y siete ángulos**. Nos encontramos con los siguientes:
 - **Heptágono regular:** Un heptágono regular es un heptágono en el que **todos los lados son congruentes**, lo que significa que tienen la misma longitud, **y todos los ángulos son congruentes**, lo que significa que tienen la misma medida. Un heptágono regular es una figura geométrica con **siete lados y siete ángulos idénticos**.
 - **Heptágono irregular:** Un heptágono irregular es un heptágono en el que, **al menos, un par de lados o ángulos no son congruentes**. Esto significa que los lados pueden tener longitudes diferentes y los ángulos pueden tener medidas diferentes.
 - **Heptágono cóncavo:** Un heptágono cóncavo es un heptágono en el que, **al menos, uno de sus ángulos es mayor de 180 grados**, lo que provoca que el heptágono tenga una curva hacia adentro en lugar de una forma convexa.

- **Heptágono convexo:** Un heptágono convexo es un heptágono en el que todos los **ángulos son menores de 180 grados**, lo que significa que **no hay ángulos cóncavos**.
- **Heptágono estrellado:** Un heptágono estrellado es un heptágono en el que las líneas que conectan los vértices cruzan el interior del heptágono, creando una apariencia de estrella. Los heptágonos estrellados son figuras geométricas interesantes y a menudo se utilizan en patrones y decoraciones.
- **Octógono:** Un octógono es un polígono que consta **de ocho lados y ocho ángulos**. La **clasificación de los octógonos** es la siguiente:
 - **Octógono regular:** Un octógono regular es un octógono en el que **todos los lados son congruentes**, lo que significa que tienen la misma longitud, y **todos los ángulos son congruentes**, lo que significa que tienen la misma medida. Un ejemplo común de octógono regular es el **"stop"** en señales de alto.
 - **Octógono irregular:** Un octógono irregular es un octógono en el que, **al menos, un par de lados o ángulos no son congruentes**. Esto significa que los lados pueden tener longitudes diferentes y los ángulos pueden tener medidas diferentes.
 - **Octógono cóncavo:** Un octógono cóncavo es un octógono en el que, **al menos, uno de sus ángulos es mayor de 180 grados**, lo que provoca que el octógono tenga una curva hacia adentro en lugar de una forma convexa.
 - **Octógono convexo:** Un octógono convexo es un octógono en el que todos los **ángulos son menores de 180 grados**, lo que significa que **no hay ángulos cóncavos**.
 - **Octógono estrellado:** Un octógono estrellado es un octógono en el que las líneas que **conectan los vértices cruzan el interior del octógono**, creando una **apariencia de estrella**. Los octógonos estrellados son figuras geométricas interesantes y, a menudo, se utilizan en patrones y decoraciones.
- **Polígonos de 9 lados o más:** Un polígono de 9 lados o más es una **figura geométrica plana** que consta de nueve o más segmentos de línea recta llamados lados:
 - **Polígonos regulares:** Los polígonos regulares de 9 lados o más son aquellos en los que todos los **lados son congruentes**, lo que significa que tienen la misma longitud, y todos los ángulos son congruentes, lo que significa que tienen la misma medida. Estos polígonos son raros y su estudio, a menudo, se lleva a cabo en el contexto de la geometría avanzada.
 - **Polígonos irregulares:** Los polígonos irregulares de 9 lados o más son aquellos en los que, **al menos, un par de lados o ángulos no son congruentes**. Esto significa que los lados pueden tener longitudes diferentes y los ángulos pueden tener medidas diferentes.

- **Polígonos cóncavos:** Los polígonos cóncavos de 9 lados o más son aquellos en los que, **al menos, uno de sus ángulos es mayor de 180 grados**, lo que provoca que el polígono tenga una curva hacia adentro en lugar de una **forma convexa**.
- **Polígonos convexos:** Los polígonos convexos de 9 lados o más son aquellos en los que **todos los ángulos son menores de 180 grados**, lo que significa que **no hay ángulos cóncavos**.
- **Polígonos estrellados:** Los polígonos estrellados de 9 lados o más son aquellos en los que **las líneas que conectan los vértices cruzan el interior del polígono**, creando **una apariencia de estrella**. Estos polígonos son geoméricamente interesantes y se utilizan en patrones y diseños.



Recuerda

Debemos tener muy presente la medida de los lados y los ángulos de los polígonos, ya que van a variar la forma que estos tengan.

1.4. UTILIZACIÓN DE PERÍMETROS Y ÁREAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL ENTORNO.

A continuación, comenzaremos resolviendo **un ejemplo sencillo de cada caso**, calculando el perímetro y el área de diferentes polígonos utilizando el conocimiento adquirido:

- **Triángulos:** Supongamos que tenemos un triángulo con lados de longitud 4 cm., 2 cm. y 6 cm. Para encontrar el **perímetro**, simplemente sumamos las longitudes de los tres lados:

$$\text{Perímetro} = 4 \text{ cm.} + 6 \text{ cm.} + 2 \text{ cm.} = 12 \text{ cm}$$

Para calcular el **área** de un triángulo:

$$\text{Área} = (\text{base} \times \text{altura}) / 2$$

Al ser un triángulo, su base mide 2 cm. y su altura 4 cm., por tanto:

$$\text{Área} = (2 \times 4) / 2 = 4 \text{ cm}$$

Imaginemos ahora que estás diseñando un baño con azulejos de forma triangular. Cada azulejo tiene la forma de un triángulo con lados de 2 cm., 3 cm. y 4 cm.

Para encontrar el **perímetro**, simplemente sumamos las longitudes de los tres lados:

$$\text{Perímetro} = 2 \text{ cm.} + 3 \text{ cm.} + 4 \text{ cm.} = 9 \text{ cm}$$

Para calcular el **área** de un triángulo:

$$\text{Área} = (\text{base} \times \text{altura}) / 2$$

Al ser un triángulo rectángulo, su base mide 2 cm. y su altura 4 cm. Sustituyendo en la ecuación nos queda: $\text{Área} = \frac{2 \times 4}{2} = 4 \text{ cm.}$

- **Cuadrilátero:** Supongamos que tenemos un cuadrado. Un cuadrado es un cuadrilátero con todos los lados de la misma longitud y todos los ángulos iguales.

Imaginemos un cuadrado con lados de 6 centímetros.

Para calcular el perímetro de un cuadrado, simplemente sumamos las longitudes de sus cuatro lados:

$$\text{Perímetro} = 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

El **área** del cuadrado se puede calcular de la siguiente forma:

$$\text{Área del cuadrado} = \text{lado} \times \text{lado}$$

$$\text{Área del cuadrado} = 6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$$

Ahora, apliquemos el concepto de cálculo de áreas a una situación de la vida real. Imagina que tienes una parcela de tierra cuadrada con lados de 10 metros. Deseas cercar toda la parcela con una valla para mantener a tus mascotas seguras en tu propiedad.

Para calcular la cantidad de valla que necesitas, simplemente, sumamos las **longitudes** de los cuatro lados de la parcela:

$$\text{Perímetro} = 10 \text{ m.} + 10 \text{ m.} + 10 \text{ m.} + 10 \text{ m.} = 40 \text{ m.}$$

Necesitarás 40 metros de valla para rodear toda la parcela.

Necesitaríamos también el **área** de la parcela. Como es un cuadrado de lado 10:

$$\text{Área} = 10 \text{ m.} \times 10 \text{ m.} = 100 \text{ m}^2$$

Es decir, la parcela tendría un área de 100 m².

- **Pentágono:** Imaginemos que tenemos un parque con forma de pentágono regular con lados de 50 centímetros. El **perímetro** se calculará como:

$$\text{Perímetro} = 50 \text{ cm.} + 50 \text{ cm.} + 50 \text{ cm.} + 50 \text{ cm.} + 50 \text{ cm.} = 250 \text{ cm}$$

Para calcular el **área** utilizamos la ecuación:

$$\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2$$

El perímetro ya lo hemos calculado, así que faltaría la **apotema**. Para ello, dividimos el pentágono en triángulos, uno por cada vértice, siendo la apotema la altura de cualquiera de esos triángulos. Esa altura separa los triángulos creados anteriormente, o sea 5, en dos, de tal forma que ambos dos son rectángulos y podemos aplicar el Teorema de Pitágoras para calcular la apotema, ya que conocemos la base, que sería la mitad del lado del polígono, y la altura, que sería igual al lado del polígono. Por tanto, aplicando Pitágoras tendríamos que:

$$\text{Lado}^2 = \text{Apotema}^2 + (\text{Lado}/2)^2$$

Despejando la apotema se obtiene:

$$\text{Apotema}^2 = \text{Lado}^2 - (\text{Lado}/2)^2$$

Es decir, **Apotema = raíz(Lado² – (Lado/2)²)**

Que sustituyendo los valores reales queda: **Apotema = raíz((50cm)² – (50cm/2)²) = 43,30 cm**

Por tanto, el área será igual a: **Área = (250 cm x 43,30 cm) / 2 = 5.412,66 cm²**

Imaginemos un pentágono regular con lados de 8 centímetros. El **perímetro** se calculará como:

$$\text{Perímetro} = 8 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 8 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$$

Además, necesitaríamos el área para saber cuántas semillas necesitamos para plantar el césped y plantas. Para calcular el **área** utilizamos la ecuación:

$$\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2$$

El perímetro ya lo hemos calculado, así que faltaría la **apotema**. Para ello, dividimos el pentágono en triángulos, uno por cada vértice, siendo la apotema la altura de cualquiera de esos triángulos. Esa altura separa los triángulos creados anteriormente, o sea 5, en dos, de tal forma que ambos dos son rectángulos y podemos aplicar el Teorema de Pitágoras para calcular la apotema, ya que conocemos la base, que sería la mitad del lado del polígono, y la altura, que sería igual al lado del polígono.

Por tanto, aplicando Pitágoras tendríamos que:

$$\text{Lado}^2 = \text{Apotema}^2 + (\text{Lado}/2)^2$$

Despejando la apotema se obtiene: $\text{Apotema}^2 = \text{Lado}^2 - (\text{Lado}/2)^2$

Es decir, $\text{Apotema} = \text{raíz}(\text{Lado}^2 - (\text{Lado}/2)^2)$

Que sustituyendo los valores reales queda: $\text{Apotema} = \text{raíz}((8\text{cm.})^2 - (8\text{cm.}/2)^2) = 6,92 \text{ cm.}$

Por tanto, el área será igual a: $\text{Área} = (40 \text{ cm.} \times 6,92 \text{ cm.}) / 2 = 276,8 \text{ cm}^2$

- **Hexágono:** Imagina que tenemos un hexágono regular de la 5 cm. El **perímetro** se calculará como:

$$\text{Perímetro} = 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

Para calcular el **área** utilizamos la ecuación: $\text{Área} = (40 \text{ cm.} \times 6,92 \text{ cm.}) / 2 = 276,8 \text{ cm}^2$

El perímetro ya lo hemos calculado, así que faltaría **la apotema**. Para ello, dividimos el pentágono en triángulos, uno por cada vértice, siendo la apotema la altura de cualquiera de esos triángulos. Esa altura separa los triángulos creados anteriormente, o sea 5, en dos, de tal forma que ambos dos son rectángulos y podemos aplicar el Teorema de Pitágoras para calcular la apotema, ya que conocemos la base, que sería la mitad del lado del polígono, y la altura, que sería igual al lado del polígono. Por tanto, aplicando Pitágoras tendríamos que:

$$\text{Lado}^2 = \text{Apotema}^2 + (\text{Lado}/2)^2$$

Despejando la apotema se obtiene: $\text{Apotema}^2 = \text{Lado}^2 - (\text{Lado}/2)^2$

Es decir, $\text{Apotema} = \text{raíz}(\text{Lado}^2 - (\text{Lado}/2)^2)$

Que sustituyendo los valores reales queda:

$$\text{Apotema} = \text{raíz}((5 \text{ cm.})^2 - (5 \text{ cm.}/2)^2) = 4,33 \text{ cm}$$

Por tanto, el área será igual a: $\text{Área} = (30 \text{ cm.} \times 4,33 \text{ cm.}) / 2 = 64,95 \text{ cm}^2$

Supongamos que estamos diseñando una decoración para pared hexagonal, con un lado de 9 cm. El **perímetro** se calculará como:

$$\text{Perímetro} = 9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 54 \text{ cm}$$

Para calcular el **área** utilizamos la ecuación: $\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2$

El perímetro ya lo hemos calculado, así que faltaría la **apotema**. Para ello, dividimos el pentágono en triángulos, uno por cada vértice, siendo la apotema la altura de cualquiera de esos triángulos. Esa altura separa los triángulos creados anteriormente, o sea 5, en dos, de tal forma que ambos dos son rectángulos y podemos aplicar el Teorema de Pitágoras para calcular la apotema, ya que conocemos la base, que sería la mitad del lado del polígono, y la altura, que sería igual al lado del polígono. Por tanto, aplicando Pitágoras tendríamos que:

$$\mathbf{Lado^2 = Apotema^2 + (Lado/2)^2}$$

Despejando la apotema se obtiene: $\mathbf{Apotema^2 = Lado^2 - (Lado/2)^2}$

Es decir, $\mathbf{Apotema = raíz(Lado^2 - (Lado/2)^2)}$

Que sustituyendo los valores reales queda: $\mathbf{Apotema = raíz((9cm.)^2 - (9cm./2)^2) = 7,79 cm}$

Por tanto, el área será igual a: $\mathbf{Área = (54 cm. x 7,79 cm.) / 2 = 210,33 cm^2}$

- **Heptágono:** Imagina que tenemos un heptágono regular de la 3 cm. El **perímetro** se calculará como:

$$\mathbf{Perímetro = 3 cm + 3 cm = 21 cm}$$

Para calcular el área utilizamos la ecuación:

$$\mathbf{Área = (Perímetro x Apotema) / 2}$$

El perímetro ya lo hemos calculado, así que faltaría la **apotema**. Para ello, dividimos el pentágono en triángulos, uno por cada vértice, siendo la apotema la altura de cualquiera de esos triángulos. Esa altura separa los triángulos creados anteriormente, o sea 5, en dos, de tal forma que ambos dos son rectángulos y podemos aplicar el Teorema de Pitágoras para calcular la apotema, ya que conocemos la base, que sería la mitad del lado del polígono, y la altura, que sería igual al lado del polígono. Por tanto, aplicando Pitágoras tendríamos que:

$$\mathbf{Lado^2 = Apotema^2 + (Lado/2)^2}$$

Despejando la apotema se obtiene: $\mathbf{Apotema^2 = Lado^2 - (Lado/2)^2}$

Es decir, $\mathbf{Apotema = raíz(Lado^2 - (Lado/2)^2)}$

Que sustituyendo los valores reales queda: $\mathbf{Apotema = raíz((3cm.)^2 - (3cm./2)^2) = 2,59 cm}$

Por tanto, el área será igual a: $\mathbf{Área = (21 cm. x 2,59 cm.) / 2 = 27,195 cm^2}$

Imagina que tenemos un heptágono regular de la 3 cm. El **perímetro** se calculará como:

$$\text{Perímetro} = 3 \text{ cm.} + 3 \text{ cm.} = 21 \text{ cm.}$$

Para calcular el **área** utilizamos la ecuación:

$$\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2$$

El **perímetro** ya lo hemos calculado, así que faltaría la **apotema**. Para ello, dividimos el pentágono en triángulos, uno por cada vértice, siendo la apotema la altura de cualquiera de esos triángulos. Esa altura separa los triángulos creados anteriormente, o sea 5, en dos, de tal forma que ambos dos son rectángulos y podemos aplicar el Teorema de Pitágoras para calcular la apotema, ya que conocemos la base, que sería la mitad del lado del polígono, y la altura, que sería igual al lado del polígono. Por tanto, aplicando Pitágoras tendríamos que:

$$\text{Lado}^2 = \text{Apotema}^2 + (\text{Lado}/2)^2$$

Despejando la apotema se obtiene: $\text{Apotema}^2 = \text{Lado}^2 - (\text{Lado}/2)^2$

Es decir, $\text{Apotema} = \text{raíz}(\text{Lado}^2 - (\text{Lado}/2)^2)$

Que sustituyendo los valores reales queda:

$$\text{Apotema} = \text{raíz}((3\text{cm.})^2 - (3\text{cm.}/2)^2) = 2,59 \text{ cm.}$$

Por tanto, el área será igual a: $\text{Área} = (21 \text{ cm.} \times 2,59 \text{ cm.}) / 2 = 27,195 \text{ cm}^2$

- **Octógono:** Imagina que tenemos un octógono regular de la 10 cm. El **perímetro** se calculará como:

$$\text{Perímetro} = 10 \text{ cm.} + 10 \text{ cm.} = 80 \text{ cm.}$$

Para calcular el **área** utilizamos la ecuación:

$$\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2$$

El **perímetro** ya lo hemos calculado, así que faltaría la **apotema**. Para ello, dividimos el pentágono en triángulos, uno por cada vértice, siendo la apotema la altura de cualquiera de esos triángulos. Esa altura separa los triángulos creados anteriormente, o sea 5, en dos, de tal forma que ambos dos son rectángulos y podemos aplicar el Teorema de Pitágoras para calcular la apotema, ya que conocemos la base, que sería la mitad del lado del polígono, y la altura, que sería igual al lado del polígono. Por tanto, aplicando Pitágoras tendríamos que:

$$\text{Lado}^2 = \text{Apotema}^2 + (\text{Lado}/2)^2$$

Despejando la apotema se obtiene: $Apotema^2 = Lado^2 - (Lado/2)^2$

Es decir, $Apotema = raíz(Lado^2 - (Lado/2)^2)$

Que sustituyendo los valores reales queda:

$$Apotema = raíz\left((10cm.)^2 - \left(10cm. \frac{1}{2}\right)^2\right) = 86,60 \text{ cm.}$$

Por tanto, el área será igual a: $\text{Área} = (80 \text{ cm.} \times 86,60 \text{ cm.}) / 2 = 3.464 \text{ cm}^2$

Es decir, de aquí en adelante, todos los polígonos se calcularían de la misma forma, tanto el área como el perímetro.



Importante

A la hora de realizar ejercicio de problemas matemáticos acerca de polígono, debemos prestar especial atención al dato que nos piden: tipo de polígono, área, perímetro, apotema, etc.

Ideas clave



- Los polígonos son figuras geométricas planas formadas por segmentos de línea que se conectan en vértices. Pueden ser simples o complejos y se caracterizan por sus lados, vértices y ángulos internos.
- Los polígonos se clasifican en función del número de lados que tienen. Los más comunes incluyen triángulos (3 lados), cuadriláteros (4 lados) y pentágonos (5 lados), pero existen polígonos con numerosos lados, como los hexágonos, heptágonos y octágonos.
- Los polígonos tienen propiedades únicas. La suma de los ángulos internos de un polígono se puede calcular mediante la fórmula $(n-2) \times 180$ grados, donde 'n' es el número de lados. Además, los polígonos regulares tienen lados y ángulos congruentes.
- Calcular el área y el perímetro de un polígono es esencial en geometría. Los métodos varían según el tipo de polígono. Por ejemplo, el área de un triángulo se calcula como $1/2 \times \text{base} \times \text{altura}$, mientras que el perímetro de un cuadrilátero es la suma de sus cuatro lados.

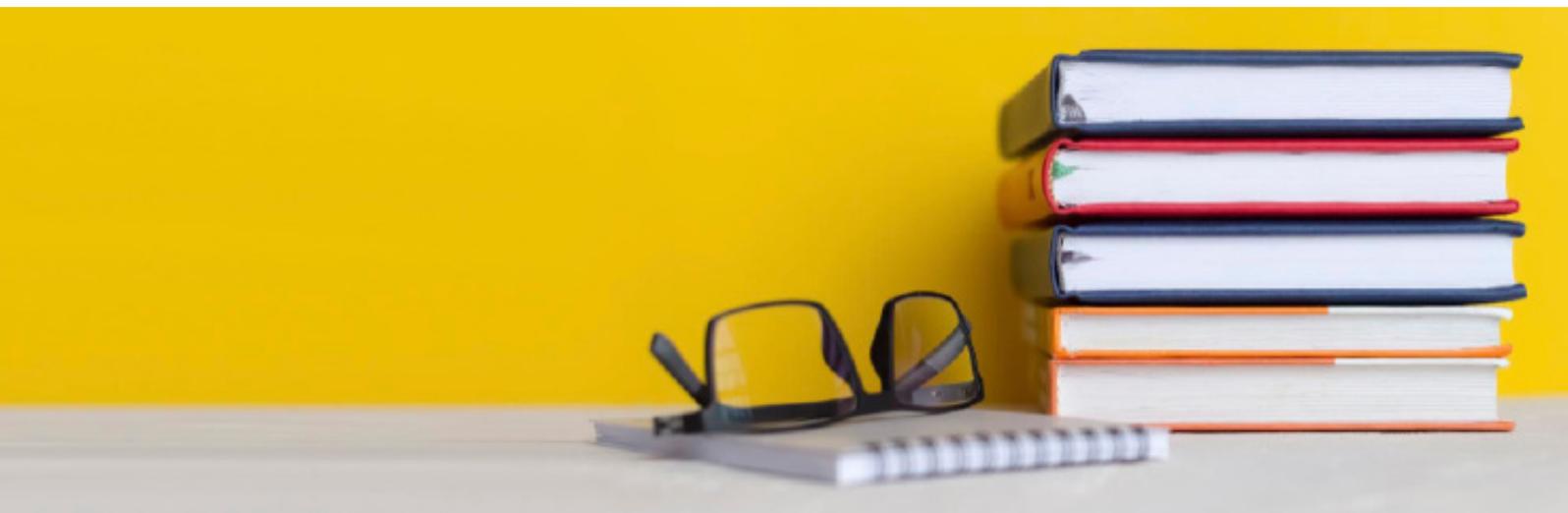
- Los polígonos se encuentran en la vida cotidiana y en numerosos campos. Desde la construcción de edificios con formas poligonales hasta el diseño de logotipos, los polígonos desempeñan un papel importante. En cartografía, se utilizan polígonos para representar áreas geográficas, y, en juegos de vídeo, se modelan paisajes y personajes utilizando polígonos en 3D. Comprender los polígonos es fundamental para estas aplicaciones y muchas más.

Glosario



- **Adyacentes:** En matemáticas y geometría, "adyacentes" se refiere a dos ángulos o lados que comparten un vértice y un lado en común. Están ubicados uno al lado del otro.
- **Apotema:** La apotema es la distancia desde el centro de una figura geométrica regular (como un polígono) hasta uno de sus lados. Se utiliza comúnmente en el cálculo del área de figuras regulares, como polígonos.
- **Congruentes:** En geometría, dos figuras se consideran congruentes cuando tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, si puedes superponer una figura sobre la otra de manera que coincidan perfectamente en todos sus lados y ángulos, entonces son congruentes.
- **Hipotenusa:** La hipotenusa es el lado más largo de un triángulo rectángulo y se encuentra opuesto al ángulo recto. En el famoso teorema de Pitágoras, la hipotenusa está relacionada con los otros dos lados (catetos) del triángulo rectángulo.
- **Simetría:** La simetría se refiere a la correspondencia exacta en tamaño, forma y posición de partes similares en lados opuestos de una línea, plano o punto. La simetría es un concepto importante en matemáticas y geometría, así como en la naturaleza y el arte.

Referencias bibliográficas



- ◇ Álvarez, E. (2003). *Elementos de geometría*. Universidad de Medellín.
- ◇ Cabane, N. (2006). *Didáctica de las matemáticas ¿Cómo aprender? ¿Cómo enseñar?* Editorial Bonum.
- ◇ Jarvis, J., Irwin, C., Fletcher, S. (2021). *Matemáticas prácticas*. Editorial Reverte.
- ◇ Kasner, E., Newman, J. (2007). *Matemáticas e imaginación*. Consejo Nacional para la Cultura y las Artes.
- ◇ Ruiz, A., Barrantes, H. (2006). *Geometrías*. Editorial Tecnológica de Costa Rica.

Enlaces web de interés



- 🔗 [Polígonos regulares: nombres y clasificación.](#)
- 🔗 [Polígonos: conceptos y tipos.](#)
- 🔗 [Área y perímetro de polígonos.](#)
- 🔗 [Cálculo de perímetros y áreas.](#)
- 🔗 [Áreas y perímetros.](#)

