Competencia matemática
Competencias clave

Nivel 3

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU

MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL

Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia

Castilla-La Mancha

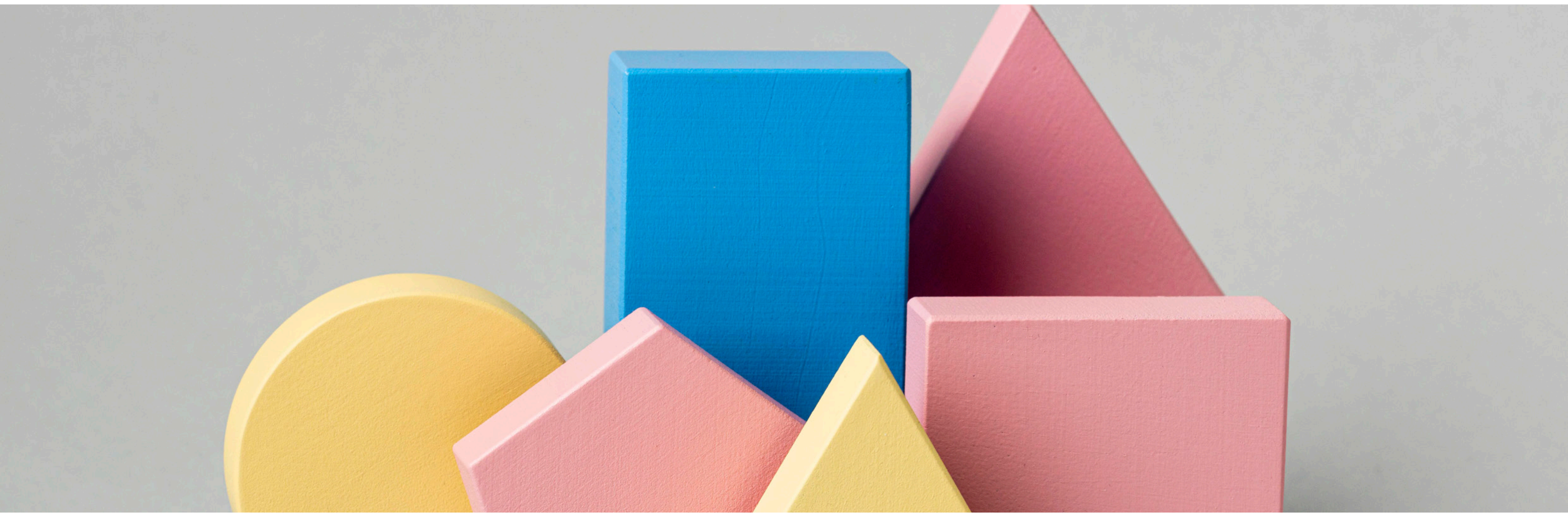
Índice de contenidos

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

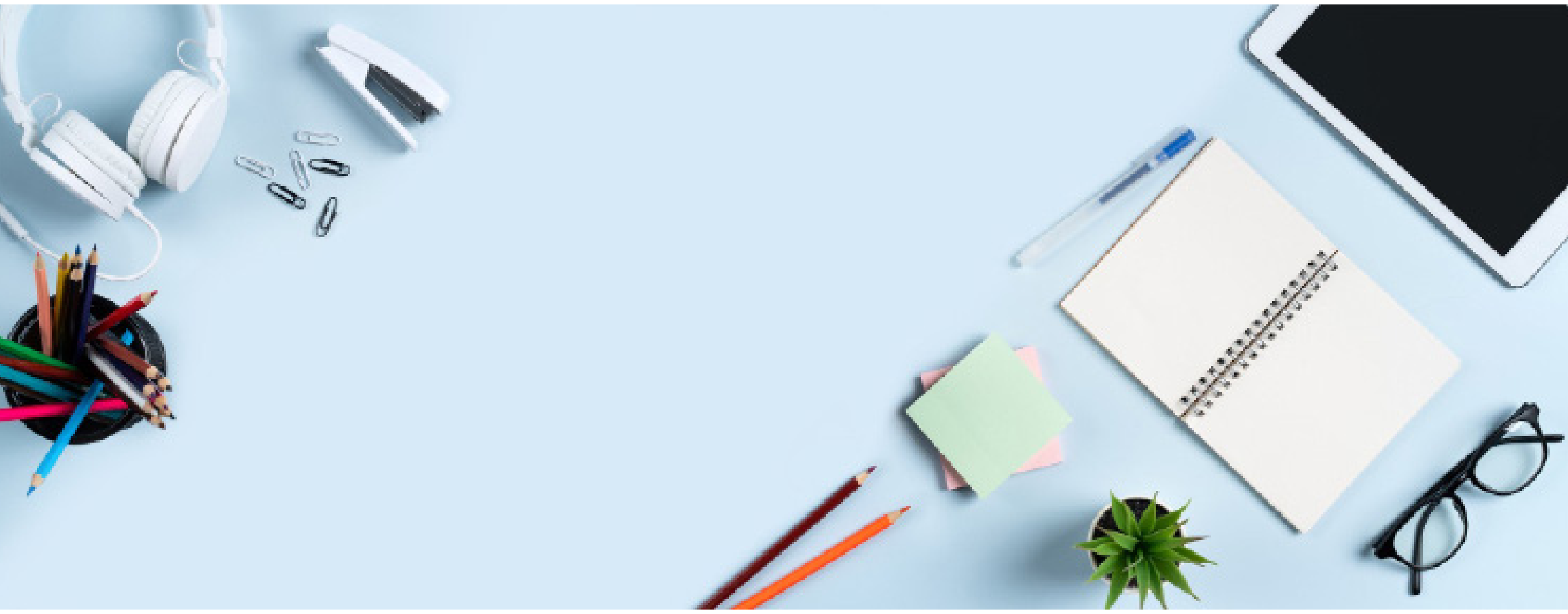
BLOQUE III: APLICACIÓN DE LA GEOMETRÍA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

UD9.1: CUERPOS GEOMÉTRICOS.



Presentación



Los cuerpos geométricos, como el prisma, la pirámide, el cilindro, el cono y la esfera, son elementos fundamentales en el estudio de la geometría tridimensional. Estas formas tridimensionales se encuentran en nuestro entorno cotidiano y desempeñan un papel esencial en diversas aplicaciones, desde la construcción hasta la ciencia y la tecnología. Comprender sus propiedades y aplicaciones es esencial para apreciar la importancia de la geometría en nuestra vida.

Analizaremos y conoceremos en detalle estos cuerpos geométricos. Exploraremos sus características distintivas, fórmulas matemáticas asociadas y aplicaciones prácticas en una variedad de campos. l comprender cómo se relacionan sus propiedades, podremos apreciar mejor su relevancia en la geometría y en nuestras vidas diarias.

Una vez adquieras el conocimiento sobre estas formas geométricas, podrás aplicar tu conocimiento en situaciones cotidianas y desafiantes. Podrás calcular volúmenes, áreas superficiales y otras propiedades de estos sólidos tridimensionales. Esto no solo enriquecerá tu comprensión de la geometría, sino que te permitirá utilizar estas herramientas matemáticas en la resolución de problemas prácticos en una variedad de campos.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Objetivos

- Investigar las propiedades comunes y únicas de varios sólidos geométricos para comprender mejor su estructura y comportamiento en el espacio tridimensional.
- Desarrollar habilidades para calcular volúmenes, áreas superficiales y otros parámetros de diferentes cuerpos geométricos, lo que incluye pruebas de fórmulas y métodos de cálculo.
- Identificar y describir la simetría presente en diversos cuerpos geométricos, considerando cómo las transformaciones isométricas afectan su apariencia.
- Investigar cómo la variación de dimensiones como el radio, la altura o las longitudes de los lados afecta propiedades como el volumen, el área superficial y otros aspectos de los sólidos tridimensionales.
- Realizar comparaciones entre varios cuerpos geométricos en términos de sus características, aplicaciones y propiedades matemáticas, con el objetivo de desarrollar una comprensión más amplia de la geometría tridimensional.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

1. CUERPOS GEOMÉTRICOS: PRISMAS Y PIRÁMIDES.

1.1. CÁLCULO DEL ÁREA Y VOLUMEN DEL PRISMA.

Los prismas son una figura geométrica tridimensional que se encuentra en muchas áreas de las matemáticas y la física. Son una **extensión natural de los polígonos**, que son figuras bidimensionales, hacia el espacio **tridimensional.** Un prisma está compuesto por dos bases paralelas y caras laterales que son **paralelogramos o rectángulos.** Los prismas pueden tener una variedad de formas y tamaños, lo que los convierte en objetos geométricos extremadamente versátiles.

Existen varios tipos de prismas, y cada uno tiene sus propias **propiedades** distintivas. Aquí hay una visión general de algunos de los prismas más comunes:

- **Prisma rectangular.**
- **Prisma triangular.**
- **Prisma pentagonal, hexagonal, etc.**
- **Prisma cuadrangular.**
- **Prisma trapezoidal.**
- **Prisma oblicuo.**

Tipos de prismas.

- **Prisma rectangular:** Este es el tipo de prisma más básico y común. Sus bases son rectángulos, y sus caras laterales son rectángulos también.

- **Prisma triangular:** En este caso, las bases son triángulos y las caras laterales son triángulos también. Un ejemplo común de un prisma triangular es un prisma de base triangular regular.

- **Prisma pentagonal, hexagonal, etc.:** Los prismas también pueden tener bases poligonales con cinco, seis o más lados. Dependiendo de la forma de la base, las caras laterales también tendrán esa forma.

- **Prisma cuadrangular:** En este tipo de prisma, las bases son cuadrados, y las caras laterales son rectángulos.

- **Prisma trapezoidal:** Aquí, las bases son trapezoides, y las caras laterales también son trapezoides.

- **Prisma oblicuo:** En un prisma oblicuo, las caras laterales no son perpendiculares a las bases. Esto da como resultado un prisma inclinado o "tumbado".

El **cálculo del área** de la superficie de un prisma depende de su forma y dimensiones. Sin embargo, hay una fórmula general que se puede aplicar a la mayoría de los prismas. **El área de la superficie de un prisma** se compone de dos partes: el **área de las bases y el área de las caras laterales.**

Para calcular el **área de las bases**, simplemente, usamos la **fórmula del área de la figura base.** Por ejemplo, si el prisma tiene bases cuadradas, calculamos el área de una de las bases y, luego, la multiplicamos por 2, ya que hay dos bases. La fórmula para el área del cuadrado es:

$$Abase = L^2$$

Donde L es la longitud de un lado del cuadrado.

Para el **área de las caras laterales**, debemos considerar la forma de las caras laterales y cómo están dispuestas. En un prisma rectangular, por ejemplo, las caras laterales son rectángulos. Si el prisma tiene altura H y las bases tienen dimensiones L y W (longitud y ancho), entonces el área de una cara lateral es:

$$Acara\ lateral = 2 \times H \times (L+W)$$

Dado que hay dos caras laterales idénticas, multiplicamos esta área por 2.

Por lo tanto, el área total de superficie del prisma es la suma del área de las bases y el área de las caras laterales:

Atotal = 2 x Abase + 2 x Acara lateral

Esta fórmula se puede adaptar para prismas con bases de diferentes formas, simplemente utilizando la fórmula adecuada para calcular el área de la base.

El **volumen de un prisma** es la cantidad de espacio tridimensional que ocupa. El cálculo del volumen de un prisma es más sencillo que el cálculo del área de la superficie, ya que depende principalmente de las **dimensiones de la base y la altura del prisma.**

La fórmula general para el volumen de un prisma es:

V = Abase x H

Donde Abase es el área de la base y H es la altura del prisma. Esta fórmula es válida para cualquier tipo de prisma.

Si el prisma tiene **bases rectangulares, cuadradas u otras formas regulares**, simplemente, utilizamos la fórmula del área de la base correspondiente para calcular Abase. Por ejemplo, para un prisma con una base cuadrada, la fórmula del volumen se convierte en:

V = L2 x H

Donde L es la longitud de un lado del cuadrado base.

Para un prisma con una **base triangular**, la fórmula del volumen se convierte en:

$$V = \left(\frac{1}{2}\right) \text{x } B \text{ x } H$$

Donde B es el área de la base triangular.

Es importante recordar que la **altura** (H) debe ser perpendicular a la base. Si el prisma tiene una **forma oblicua o si la altura no es perpendicular a la base**, se deben aplicar fórmulas específicas para calcular el volumen.

Realicemos un ejemplo del cálculo de área y volumen de un prisma rectangular:

Supongamos que tenemos un prisma rectangular con bases de 5 cm. de largo y 3 cm. de ancho, y una altura de 8 cm. Para calcular el área de la superficie, primero calculamos el área de la base:

Abase = 5cm. × 3cm. = 15cm²

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Luego, calculamos el área de las caras laterales:

$$Acara\ lateral = 2 \times 8cm. \times (5cm. + 3cm.)= 2 \times 8cm. \times 8cm. = 128\ cm^2$$

Finalmente, calculamos el área total de superficie:

$$Atotal = 2Abase + 2Acara\ lateral = 2 \times 15\ cm^2 + 2 \times 128\ cm^2 = 302\ cm^2$$

Para calcular el volumen, simplemente multiplicamos el área de la base por la altura:

$$V = Abase \times H = 15cm2\times 8cm. = 120cm^3$$

Por lo tanto, el área total de superficie de este prisma rectangular es de 302 cm^2, y su volumen es de 120 cm^3.

Importante

Para el cálculo del área y la base del prisma debemos tener presente que las formulaciones dependen del tipo de prisma del que se trate.

1.2. CÁLCULO DEL ÁREA Y VOLUMEN DE LA PIRÁMIDE.

Las **pirámides** son sólidos geométricos tridimensionales que han fascinado a la humanidad a lo largo de la historia. Estas **formas tridimensionales** tienen una base poligonal que se conecta a un punto llamado vértice.

Las pirámides se encuentran en la arquitectura antigua, la geometría y la vida cotidiana. En esta exploración matemática, desglosaremos las características esenciales de las pirámides, aprenderemos a calcular su área y volumen, y descubriremos algunas de sus aplicaciones interesantes.

Las pirámides vienen en **una variedad de formas y tamaños**, y se pueden clasificar en función de la **forma de su base**.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

A continuación, exploraremos algunos de los **tipos** más comunes de pirámides:

- **Pirámide cuadrada.**
- **Pirámide triangular.**
- **Pirámide pentagonal.**
- **Pirámide hexagonal.**

Tipos de pirámides.

- **Pirámide cuadrada:** La pirámide cuadrada, también conocida como **tetraedro**, es uno de los tipos más simples de pirámides. Su base es un **cuadrado** y todos sus lados son **triángulos equiláteros.** Esto significa que todos los lados tienen la misma longitud y todos los ángulos son iguales a **60 grados.** Para calcular el área y el volumen de esta pirámide, primero necesitamos conocer la **longitud de un lado de la base (l).**

- **Pirámide triangular:** La pirámide triangular tiene una base que es un **triángulo** y caras laterales que son **triángulos.** Para calcular su área y volumen, necesitamos conocer la longitud de un lado de la base (b), la altura del triángulo base (h), y la altura de la pirámide (H).

- **Pirámide pentagonal:** La pirámide pentagonal tiene una base que es un **pentágono** y caras laterales que son **triángulos**. Para calcular su área y volumen, necesitamos conocer la longitud de un lado de la base (b), la apotema del pentágono base (a), y la altura de la pirámide (H).

- **Pirámide hexagonal:** La pirámide hexagonal tiene una base que es un **hexágono** y caras laterales que son **triángulos.** Para calcular su área y volumen, necesitamos conocer la longitud de un lado de la base (b), la apotema del hexágono base (a), y la altura de la pirámide (H).

El **área de una pirámide** se compone de dos componentes principales: **el área de la base y el área de las caras laterales.**

Aquí te mostraremos cómo calcular el área total de diferentes tipos de pirámides:

- **Pirámide cuadrada:** El área de la base de una pirámide cuadrada es, simplemente, el **área de un cuadrado,** que se calcula multiplicando la longitud de un lado (l) por sí mismo (l^2). Para encontrar el área de las caras laterales, primero, calculamos el área de un triángulo equilátero, que se puede hacer utilizando la fórmula **A = ($l^2\sqrt{3}$) / 4**, donde "l" es la longitud de un lado. Luego, multiplicamos el área del triángulo por 3, ya que hay tres caras laterales en una pirámide tetraédrica. El área total (Atotal) de la pirámide es:

$$Atotal = Abase + Alateral = l^2 + 3(l^2\sqrt{3}) / 4$$

- **Pirámide triangular:** Para calcular el área de la base de una pirámide triangular, multiplicamos la longitud de la base (b) por la altura del triángulo base (h) y dividimos el resultado por 2, ya que el área de un triángulo es 1/2 x base x altura. Para calcular el área de las caras laterales, primero, calculamos el área de un triángulo utilizando la fórmula **A = (1/2) x b x h**, donde "b" es la longitud de la base y "h" es la altura de la pirámide. Luego, multiplicamos el área del triángulo por el número de caras laterales (que es igual al número de lados en la base de la pirámide). El área total (Atotal) de la pirámide es:

$$Atotal = Abase + Alateral = \left(\frac{1}{2}\right) \text{x } b \text{ x } h + n \text{ x } \left(1/2\right) \text{ x } b \text{ x } h$$

- **Pirámide pentagonal:** Para calcular el área de la base de una pirámide pentagonal, multiplicamos el perímetro de la base (P) por la apotema del pentágono base (a) y dividimos el resultado por 2, ya que el área de un polígono se **calcula como (1/2) x perímetro x apotema**. El perímetro de la base se calcula como el producto de la longitud de un lado (b) por el número de lados (n), en este caso 5. Para calcular el área de las caras laterales, primero, calculamos el área de un triángulo utilizando la fórmula **A = (1/2) x b x h**, donde "b" es la longitud de la base y "h" es la altura de la pirámide. Luego, multiplicamos el área del triángulo por el número de caras laterales (que es igual al número de lados en la base de la pirámide). El área total (Atotal) de la pirámide es:

$$Atotal = Abase + Alateral = (1/2) \text{ x } P \text{ x } a + n \text{ x } (1/2) \text{ x } b \text{ x } h$$

- **Pirámide hexagonal:** Para calcular el área de la base de una pirámide hexagonal, multiplicamos el perímetro de la base (P) por la apotema del hexágono base (a) y dividimos el resultado por 2, ya que el área de un polígono se calcula como **(1/2) x perímetro x apotema.** El perímetro de la base se calcula como el producto de la longitud de un lado (b) por el número de lados (n), en este caso 6. Para calcular el área de las caras laterales, primero calculamos el área de un triángulo utilizando la fórmula **A = (1/2) x b x h**, donde "b" es la longitud de la base y "h" es la altura de la pirámide.

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Luego, multiplicamos el área del triángulo por el número de caras laterales (que es igual al número de lados en la base de la pirámide). El área total (Atotal) de la pirámide es:

$$Atotal = Abase + Alateral = \left(\frac{1}{2}\right) \text{x}\, P \text{ x } a + n \text{ x} \left(\frac{1}{2}\right) \text{x } b \text{ x } h$$

El **volumen de una pirámide** se puede calcular de manera similar a como se calcula el volumen de un prisma. El volumen de una pirámide se compone de dos componentes principales: **el volumen de la base y el volumen de las caras laterales.** A continuación, te mostraremos cómo calcular el volumen de diferentes tipos de pirámides:

- **Pirámide cuadrada:** El volumen de una pirámide cuadrada se calcula multiplicando el área de la base (Abase) por la altura de la pirámide (H) y dividiendo el resultado por 3, ya que el volumen de una pirámide es 1/3 del producto del área de la base y la altura.

V = (1/3) x Abase x H

V = (1/3) x (l^2) x H

- **Pirámide triangular:** El volumen de una pirámide triangular se calcula de la misma manera que el de una **pirámide cuadrada.** Multiplicamos el área de la base (Abase) por la altura de la pirámide (H) y dividimos el resultado por 3.

V = (1/3) x Abase x H

V = (1/3) x [(1/2) x b x h] x H

- **Pirámide pentagonal:** El volumen de una pirámide pentagonal se calcula multiplicando el área de la base (Abase) por la altura de la pirámide (H) y dividiendo el resultado por 3.

V = (1/3) x Abase x H

V = (1/3) x [(1/2) x P x a] x H

- **Pirámide hexagonal:** El volumen de una pirámide hexagonal se calcula multiplicando el área de la base (Abase) por la altura de la pirámide (H) y dividiendo el resultado por 3.

V = (1/3) x Abase x H

V = (1/3) x [(1/2) x P x a] x H

Las pirámides no son solo objetos matemáticos abstractos; se encuentran en muchas aplicaciones prácticas en la vida real. A continuación, exploraremos algunas de las **aplicaciones** más interesantes de las pirámides:

- **Pirámides en la arquitectura:** Las pirámides son un elemento icónico de la **arquitectura**, especialmente en la antigüedad. Las **pirámides egipcias**, como la Gran Pirámide de Giza, son monumentos impresionantes que han perdurado durante miles de años. La habilidad de los antiguos egipcios para construir estas estructuras fue un testimonio de su conocimiento matemático y de ingeniería. El cálculo preciso del área y el volumen de las pirámides fue esencial para la planificación y construcción de estos monumentos.

- **Conos de tráfico y señales de advertencia:** Las señales de tráfico y los conos de tráfico utilizados en carreteras y zonas de construcción, a menudo, tienen forma de pirámide. La forma de pirámide es visible desde múltiples ángulos, lo que la hace efectiva para señalizar y advertir a los conductores sobre obstáculos, restricciones de velocidad y otras condiciones de la carretera.

- **Almacenamiento de granos y silos:** En la **industria agrícola**, los **silos** son estructuras de almacenamiento utilizadas para almacenar granos, como maíz y trigo. Muchos silos tienen forma de pirámide para maximizar la capacidad de almacenamiento y facilitar la extracción de los granos. El cálculo del volumen de estos silos es fundamental para estimar la cantidad de grano que pueden almacenar.

- **Topografía y geodesia:** En topografía y geodesia, se utilizan pirámides geodésicas para medir con precisión la elevación y la forma de la **Tierra**. Estas pirámides, con una punta colocada en un punto de referencia conocido, se utilizan en la determinación de **altitudes** y en la creación de **mapas topográficos precisos.**

- **Industria de la alimentación:** En la industria alimentaria, los chocolates y dulces, a menudo, se fabrican en forma de pirámide. La forma piramidal permite una presentación elegante y atractiva de los productos. Los **chocolateros y confiteros** emplean cálculos de área y volumen para determinar la cantidad de ingredientes necesarios y el espacio de almacenamiento.

2. CUERPOS GEOMÉTRICOS: CILINDROS, CONOS Y ESFERA.

2.1. CÁLCULO DEL ÁREA Y VOLUMEN DEL CILINDRO.

El **cilindro** es uno de los sólidos geométricos más comunes y versátiles en el mundo de las matemáticas y la física. Su **forma simple**, que consta de dos bases circulares y una superficie lateral curva.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Consta de tres componentes principales:

- **Base superior:** La base superior del cilindro es una **superficie circular** que cierra la parte superior del sólido. La circunferencia de esta base es un elemento crucial en los cálculos del cilindro.

- **Base inferior:** Similar a la base superior, la base inferior es otra superficie circular que cierra la parte inferior del cilindro. Al igual que la base superior, la circunferencia de esta base es importante en las fórmulas.

- **Superficie lateral:** La superficie lateral de un cilindro es un área curva que conecta las bases superior e inferior. Esta superficie lateral es lo que hace que el cilindro sea interesante desde un punto de vista matemático.

El cilindro se caracteriza por tener sus **dos bases perfectamente alineadas**, de modo que la línea que conecta el centro de ambas bases es una línea recta vertical. Esta línea se conoce como el eje del cilindro. El eje del cilindro es esencial en la definición de su altura.

El **área superficial** de un cilindro es la suma de las áreas de sus dos bases y de su superficie lateral. Calcular el área superficial es un paso importante en la **geometría y la física**, ya que proporciona información sobre la cantidad de material necesario para cubrir o revestir el cilindro. A continuación, veremos cómo calcular el área superficial de un cilindro:

- **Área de las bases:** Dado que las bases de un cilindro son **círculos**, podemos usar la fórmula del área de un círculo, que es πr^2, donde "r" es el radio de la base. Como hay dos bases, el área total de las bases es $2\pi r^2$.

- **Área de la superficie lateral:** La superficie lateral del cilindro es un **rectángulo curvado.** Para calcular su área, primero debemos encontrar la longitud de uno de los lados del rectángulo, que es igual a la circunferencia de la base. La circunferencia se calcula como **$2\pi r$.** Luego, multiplicamos esta longitud por la altura del cilindro (H) para obtener el área de la superficie lateral, que es $2\pi rh$.

- **Área superficial total:** Para obtener el área superficial total del cilindro, simplemente, sumamos el área de las bases y el área de la superficie lateral: Área superficial total **$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$.** Esta fórmula es fundamental para calcular la cantidad de material necesaria para envolver o recubrir un cilindro, como un contenedor o un tubo.

El **volumen de un cilindro** es la cantidad de espacio contenido dentro de su estructura tridimensional. Calcular el volumen es esencial en muchas aplicaciones, como **la industria, la construcción y la ingeniería.**

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Aquí te mostramos cómo calcular el volumen de un cilindro:

- **Área de la base:** Comenzamos calculando el área de una de las bases del cilindro, que es un círculo. Utilizamos la fórmula del área de un círculo, que es πr^2, donde "r" es el radio de la base.

- **Altura del cilindro:** La altura (H) del cilindro se mide a lo largo del eje, desde la base superior hasta la base inferior. Es importante recordar que la altura es perpendicular a las bases y es la distancia entre ellas.

- **Volumen:** Para calcular el volumen, multiplicamos el área de una base por la altura del cilindro. La fórmula del volumen del cilindro es $\mathbf{V = \pi r^2 H}$. Esta fórmula se deriva del hecho de que el volumen de un cilindro se puede ver como la suma infinitesimal de **discos** (las bases) apilados a lo largo de la altura. La fórmula se adapta a cilindros de cualquier tamaño y es fundamental en matemáticas y física.

El cilindro es un sólido geométrico que se encuentra en numerosos aspectos de la vida cotidiana. Sus aplicaciones son variadas y se extienden a campos que van más allá de las matemáticas y la geometría. A continuación, se presentan algunas **aplicaciones** comunes del cilindro:

- **Envases y contenedores:** Muchos envases y contenedores utilizados en la industria alimentaria, química y farmacéutica tienen forma de cilindro. Estos envases son ideales para almacenar líquidos y materiales en polvo.

- **Tubos y conductos:** Los tubos utilizados en sistemas de plomería, ventilación y conductos de aire, a menudo, tienen forma cilíndrica. El cálculo de su volumen y área superficial es fundamental para diseñar sistemas eficientes.

- **Columnas arquitectónicas:** En la arquitectura clásica, las columnas utilizadas en edificios y monumentos suelen tener forma de cilindro. Estas columnas no solo son elementos de soporte estructural, sino que, también, desempeñan un **papel estético en el diseño de edificios.**

- **Motores de combustión interna:** Los cilindros son una parte integral de los motores de combustión interna, como los que se encuentran en **automóviles y motocicletas.** En este contexto, el cálculo de los volúmenes de los cilindros es fundamental para determinar la **eficiencia y el rendimiento del motor.**

- **Rodillos y ruedas:** Los rodillos y las ruedas utilizados en maquinaria, vehículos y equipo industrial, a menudo, tienen forma de cilindro. El cálculo de su área de contacto y capacidad de carga es esencial en **ingeniería y diseño.**

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- **Utensilios de cocina:** Muchos utensilios de cocina, **como ollas, sartenes y tazas,** tienen forma de cilindro. Calcular su capacidad y área superficial es importante en **la preparación de alimentos.**

Recuerda

El cilindro es un sólido geométrico con una presencia destacada en nuestras vidas y en diversas disciplinas. Desde la matemática pura hasta la ingeniería y la arquitectura, el cilindro desafía la aparente simplicidad de su forma y demuestra ser un objeto de estudio y aplicación esenciales.

Comprender su definición, los métodos para calcular su área superficial y volumen, así como sus aplicaciones prácticas, nos brinda una apreciación más profunda de este sólido geométrico aparentemente sencillo, pero de gran influencia en el mundo que nos rodea.

2.2. CÁLCULO DEL ÁREA Y VOLUMEN DEL CONO.

Un cono es un sólido geométrico **tridimensional** que se caracteriza por tener una base circular y una superficie cónica que se extiende desde la base hasta un punto llamado **ápice**. El cono es una figura tridimensional que **se asemeja a una pirámide**, pero con una **base circular en lugar de una base poligonal.**

Un cono consta de tres **componentes** esenciales:

- **Base:** La base del cono es una superficie circular plana. La circunferencia de esta base es un elemento crucial en los cálculos relacionados con el cono.
- **Ápice:** El ápice del cono es el punto situado en el extremo opuesto a la base. Se encuentra en el centro del círculo de la base.
- **Superficie Lateral:** La superficie lateral del cono es una superficie cónica que conecta la base y el ápice. Esta superficie es lo que hace que el cono sea interesante desde un punto de vista matemático y físico.

El cono se caracteriza por su **estructura tridimensional**, con la base como la superficie plana y la superficie lateral formando una curva que converge hacia el ápice. La **perpendicularidad** de la altura del cono con respecto a la base es un elemento fundamental en su definición.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

El **área superficial** de un cono es la suma del área de su base circular y el área de su superficie lateral. Calcular el área superficial es fundamental para determinar la cantidad de material necesario para recubrir un cono o para comprender su interacción con su entorno. A continuación, veremos cómo **calcular el área superficial** de un cono:

- **Área de la base:** La base del cono es una superficie circular, y su área se calcula utilizando la fórmula del área de un círculo, que es πr^2, donde "r" es el radio de la base.

- **Área de la superficie lateral:** La superficie lateral del cono es una **superficie cónica.** Para calcular su área, primero, debemos encontrar la longitud de un generatriz, que es una línea imaginaria que conecta el ápice con un punto en la circunferencia de la base.

La longitud de esta generatriz se puede calcular utilizando el Teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo formado por la generatriz, el radio de la base y la altura del cono.

La generatriz se calcula como **$g = \sqrt{(r^2 + h^2)}$**, donde "g" es la longitud de la generatriz, "r" es el radio de la base y "h" es la altura del cono. Con la generatriz en mano, calculamos el área de la superficie lateral utilizando la fórmula del área de un triángulo, que es **(1/2) x base x altura**, donde la base es la circunferencia de la base ($2\pi r$) y la altura es la longitud de la generatriz (g). Entonces, el área de la superficie lateral es **$(1/2) \times 2\pi r \times g = \pi rg$.**

- **Área superficial total:** La fórmula general para calcular el área superficial total del cono es, simplemente, la suma del área de la base y el área de la superficie lateral. Esto se expresa como: **Área superficial total = $\pi r^2 + \pi rg = \pi r(r + g)$.**

El **volumen de un cono** es la cantidad de espacio contenido en su interior. Calcular el volumen es fundamental en diversas aplicaciones, como la **industria, la construcción y la ingeniería.** A continuación, se describen los pasos para calcular el volumen de un cono:

- **Área de la base:** Comenzamos calculando el área de la base del cono, que es un círculo. Utilizamos la fórmula del **área de un círculo, πr^2**, donde "r" es el radio de la base.

- **Altura del cono:** La altura (h) del cono es la **distancia perpendicular** desde la base hasta el ápice. Es importante recordar que la altura es una **línea recta** que pasa a través del centro de la base.

- **Volumen:** Para calcular el volumen del cono, multiplicamos el área de la base por la altura del cono y luego dividimos el resultado entre 3. La fórmula general para el volumen de un cono es **$V = (1/3) \times \pi r^2 h$.**

El cono es una forma geométrica que se encuentra en numerosos **aspectos de la vida cotidiana.** Sus aplicaciones van más allá de la matemática pura y se extienden a campos como la arquitectura, la gastronomía y la ingeniería. A continuación, se presentan algunas **aplicaciones comunes** del cono:

- **Conos de tráfico:** Los conos de tráfico se utilizan en carreteras y calles para guiar o dirigir el tráfico. Estos conos tienen forma de cono y son fácilmente visibles debido a su color brillante. Su uso es esencial en la **seguridad vial.**

- **Embudos:** Los embudos son utensilios de cocina con forma de cono que se utilizan para verter líquidos o sustancias en recipientes de manera controlada. La forma cónica permite una **distribución uniforme del flujo.**

- **Conos de helado:** Los conos de helado son un ejemplo clásico de la forma cónica. Son ideales para **sostener helado y otros postres.**

- **Silos de almacenamiento:** En la agricultura y la industria, los **silos** de almacenamiento, a menudo, tienen forma de cono. El cálculo de su volumen es fundamental para determinar la capacidad de almacenamiento.

- **Altavoces y megáfonos:** Los altavoces y los megáfonos, a menudo, tienen una forma cónica que ayuda a **amplificar y dirigir el sonido de manera eficiente.**

- **Conos, viales y señalización:** Los conos de señalización se utilizan en **eventos deportivos, conciertos y otras actividades** para delimitar áreas y proporcionar señalización temporal.

2.3. CÁLCULO DEL ÁREA Y VOLUMEN DE LA ESFERA.

La esfera es un sólido geométrico **tridimensional** que se caracteriza por tener **todos sus puntos a una distancia constante de un punto central llamado centro.** Esta distancia constante es el radio de la esfera y se denota comúnmente con la letra **"r".**

La superficie de una esfera es completamente simétrica en todas las direcciones y no tiene aristas ni vértices.

La esfera es un caso especial de los sólidos conocidos como **"superficies de revolución"** y es la forma tridimensional más eficiente en términos de área superficial y volumen para un objeto dado.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Sus propiedades más importantes son:

- **Superficie esférica:** La superficie de una esfera es completamente **curva y suave**, sin puntos afilados ni bordes. Cualquier punto en la superficie de la esfera se encuentra a la misma distancia del centro. La superficie de una esfera es una superficie **cerrada**, lo que significa que no tiene bordes ni límites.

- **Radio:** El radio de una esfera es la distancia desde el centro de la esfera hasta cualquier punto en su superficie. El radio se denota comúnmente con la letra **"r"** y es una medida fundamental en la **geometría de la esfera.**

- **Diámetro:** El diámetro de una esfera es el **doble del radio.** Es la **distancia** entre dos puntos opuestos en la superficie de la esfera, **pasando por su centro.**

- **Área superficial y volumen:** La esfera tiene propiedades únicas en términos de área superficial y volumen. Su **área superficial** es la menor posible para un objeto que encierra un volumen dado, y **su volumen** es el mayor posible para un objeto con una cierta área superficial. Esto hace que la esfera sea una forma eficiente en términos de espacio.

El **área superficial** de una esfera se calcula de la siguiente forma:

$$A=4\pi r2$$

Donde "A" representa el área superficial y "r" es el radio de la esfera. La derivación de esta fórmula se basa en conceptos avanzados de cálculo y geometría, y no es trivial. La fórmula establece que el área superficial de una esfera es igual a cuatro veces el valor de π multiplicado por el cuadrado del radio.

El **volumen** de una esfera es otra propiedad crucial. El volumen de una esfera se expresa mediante la fórmula:

$$V=34\pi r3$$

Donde "V" representa el volumen y "r" es el radio de la esfera. Al igual que la fórmula del área superficial, la derivación de esta fórmula implica cálculo avanzado y geometría.

La fórmula establece que el volumen de una esfera es igual a cuatro tercios del valor de π multiplicado por el radio elevado a la tercera potencia.

Esta fórmula es fundamental en la **física, la astronomía y la ingeniería**, ya que se aplica a objetos esféricos como planetas, burbujas de aire, y contenedores de almacenamiento con forma esférica.

La esfera tiene una gran importancia en numerosos campos de la ciencia y la ingeniería debido a sus propiedades geométricas únicas. Algunas **aplicaciones** clave de la esfera son las siguientes:

- **Geodesia y cartografía:** En la cartografía, la representación de la Tierra como una esfera proporciona una aproximación precisa de la forma del planeta. La esfera se utiliza en la creación de **mapas globales y en la medición de la superficie terrestre.**

- **Astronomía:** En astronomía, los planetas y las estrellas se modelan como esferas para calcular su volumen y área superficial. La esfera es especialmente útil en la **estimación de las propiedades de los cuerpos celestes.**

- **Diseño de reactores nucleares:** Los reactores nucleares pueden contener elementos esféricos, y el cálculo del volumen y el área superficial de estos elementos es crucial para la **ingeniería de reactores nucleares eficientes y seguros.**

- **Burbujas y gotas líquidas:** Las burbujas de aire en líquidos y las gotas líquidas tienden a asumir una forma esférica debido a la minimización de la energía superficial. Entender sus propiedades esféricas es esencial en la **física de fluidos y la ingeniería química.**

- **Diseño de ruedas y cojinetes:** Las ruedas y cojinetes esféricos se utilizan en una variedad de aplicaciones, **desde automóviles hasta maquinaria industrial.** El cálculo del área superficial y el volumen esférico es esencial para su diseño y rendimiento.

- **Materiales de embalaje:** Los envases esféricos se utilizan para **almacenar y transportar productos envasados.** Comprender su capacidad y área superficial es importante en el diseño de envases eficientes.

- **Modelado de partículas y moléculas:** En la **química y la física**, las partículas y las moléculas a menudo se modelan como esferas para simplificar cálculos y análisis. Esto es especialmente útil en la modelización de sistemas complejos.

Recuerda

La esfera es un ejemplo notable de cómo la geometría y las matemáticas no solo son disciplinas abstractas, sino, también, herramientas fundamentales que nos ayudan a comprender y dar forma al mundo que nos rodea.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS QUE IMPLIQUEN LA ESTIMACIÓN Y EL CÁLCULO DE LONGITUDES, SUPERFICIES Y VOLÚMENES.

A continuación, resolveremos diferentes problemas geométricos:

Problema 1: Supongamos que tenemos un prisma triangular con una base triangular equilátera de lado 6 cm. y una altura de 10 cm. Para calcular el área de la superficie, primero calculamos el **área de la base:**

$$Abase = (\sqrt{3}/4) \times (6\,cm.)^2 = 3\sqrt{3}/2\ cm^2$$

Luego, calculamos el **área de las caras laterales.** El prisma triangular tiene tres caras laterales idénticas que son triángulos equiláteros, por lo que podemos calcular el área de una de ellas y multiplicarla por 3:

$$Acara\ lateral = 3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot (6cm.) \times 10cm. = 90\sqrt{3cm^2}$$

Finalmente, calculamos el **área total de superficie:**

$$Atotal = 2Abase + 2Acara\ lateral = 2 \times 3\frac{\sqrt{3}}{2}cm^2 + 2 \times 90\sqrt{3\ cm^2} = 3\sqrt{3\ cm^2} + 180\sqrt{3cm^2} = 183\sqrt{3cm^2}$$

Para calcular el volumen, multiplicamos el área de la base por la altura:

$$V = Abase \cdot H = 3\sqrt{3}/2\ cm^2 \cdot 10cm = 15\sqrt{3}cm^2$$

Así que, en este caso, el área total de superficie del prisma triangular es de $183\sqrt{3}$ cm^2, y su volumen es de $15\sqrt{3}$ cm^3.

Problema 2: Supongamos que tenemos un prisma cuadrangular oblicuo con bases de 6 cm. de lado, y una altura de 8 cm. En este caso, el prisma no tiene caras laterales perpendiculares a las bases, por lo que debemos calcular el área de superficie y el volumen de manera diferente.

Para calcular el **área de la superficie**, primero calculamos el área de la base, que es un cuadrado:

$$Abase = (6\,cm.)^2 = 36cm^2$$

Luego, para encontrar el **área de las caras laterales,** debemos calcular la longitud de los lados de las caras laterales.

Podemos usar el teorema de Pitágoras para encontrar esta longitud. Dado que la altura es de 8 cm. y uno de los lados del cuadrado es de 6 cm., la longitud de los lados de las caras laterales (la hipotenusa) es:

$$L_{cara\ lateral} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10cm.$$

Ahora que tenemos la **longitud de los lados** de las caras laterales, podemos calcular **el área de una de las caras laterales.** Como el prisma tiene cuatro caras laterales idénticas, multiplicamos el área de una por 4:

$$A_{cara\ lateral} = 4 \times 6cm. \times 10cm. = 240\ cm^2$$

Finalmente, calculamos el **área total de superficie:**

$$A_{total} = 2A_{base} + 2A_{cara\ lateral} = 2 \times 36cm2 + 2 \times 240cm^2 = 72cm^2 + 480cm^2 = 552cm^2$$

Para calcular el **volumen**, multiplicamos el área de la base por la altura:

$$V = A_{base} \times H = 36\ cm2 \times 8cm. = 288\ cm^3$$

Entonces, en este caso, el **área total** de superficie del prisma cuadrangular oblicuo es de 552 cm^2, y su **volumen** es de 288 cm^3.

Problema 3: Supongamos que tenemos una pirámide cuadrada tiene una base con lados de 6 cm. de longitud y una altura de 8 cm. Calcula su área total y su volumen.

Comenzamos calculando el **área de la base** de la pirámide, que es un cuadrado. Para hacerlo, multiplicamos la longitud de un lado de la base (l) por sí misma, ya que la fórmula del área de un cuadrado es "lado x lado" o "l^2". En este caso, como l = 6 cm., el área de la base es 6 cm. x 6 cm. = 36 cm^2.

Luego, calculamos el **área de las caras laterales.** Como esta es una pirámide tetraédrica, hay tres caras laterales, que son triángulos equiláteros. La fórmula del área de un triángulo equilátero es $(l^2\sqrt{3}) / 4$, donde "l" es la longitud de un lado. Multiplicamos esta área por 3 ya que hay tres caras laterales.

En este caso, el área de las caras laterales es $3(l^2\sqrt{3}) / 4 = 3(6\ cm \times 6\ cm \times \sqrt{3}) / 4 \approx 31{,}18\ cm^2$.

Finalmente, sumamos el área de la base y el área de las caras laterales para obtener el **área total.**

$$A_{total} = A_{base} + A_{lateral} = 36\ cm^2 + 31{,}18\ cm^2 \approx 67{,}18\ cm^2.$$

$$En\ este\ caso,\ el\ volumen\ es\ V = \left(\frac{1}{3}\right) \text{x } 36\ cm^2 \text{x } 8\ cm. = 96\ cm^3.$$

Para calcular el volumen de la pirámide, usamos la fórmula V = (1/3) x Abase x H, donde "H" es la altura de la pirámide.

Problema 4: Suponemos que contamos con una pirámide hexagonal, que tiene una base con lados de 6 cm., un perímetro de la base de 36 cm. y una altura de 15 cm. Calcula su área total y su volumen.

Calculamos el **área de la base**, que es un hexágono. Utilizamos la fórmula del área de un hexágono regular, que es (1/2) x Perímetro de la base (P) x Apotema (a). El lado de la base (b) es 6 cm., el perímetro de la base (P) es 36 cm., y la altura (H) es 15 cm. Entonces,

Abase = (1/2) x 36 cm. x 15 cm. = 270 cm².

Como esta es una pirámide hexagonal, hay seis caras laterales, que son triángulos equiláteros. Utilizamos la fórmula del área de un triángulo equilátero ($l^2\sqrt{3}$) / 4, donde "l" es la longitud de un lado. El lado (l) de los triángulos es igual a un lado de la base (6 cm.). Entonces,

Alateral = 6 x (6 cm. x 6 cm. x √3) / 4 ≈ 93,53 cm².

Sumamos el área de la base y el área de las caras laterales para obtener el área total.

Atotal = Abase + Alateral = 270 cm² + 93,53 cm² ≈ 363,53 cm².

Para calcular el volumen de la pirámide, usamos la fórmula:

$$V = \left(\frac{1}{3}\right) \text{x } Abase \text{ x } H.\ En\ este\ caso,\ el\ volumen\ es\ V = \left(\frac{1}{3}\right) \text{x } 270\ cm^2 \text{x } 15\ cm. = 4.050\ cm^3.$$

Supongamos que tenemos un cilindro con radio de base de 6 cm. y una altura de 10 cm. Calcula su área superficial y su volumen.

Comenzamos calculando el **área superficial** del cilindro:

- **Área de la base = πr².** Esto es la fórmula del área de un círculo, donde "r" es el radio. En este caso, el área de la base es π(6 cm)² = 36π cm².
- **Área de la superficie lateral = 2πrh.** Aquí, multiplicamos la circunferencia de la base (2πr) por la altura (h). Esto da como resultado 2π(6 cm.)(10 cm.) = 120π cm².
- **Área superficial total = Área de la base + Área de la superficie lateral.** Sumamos ambos valores para obtener 36π cm² + 120π cm² = 156π cm².

Entonces, el área superficial del cilindro es de 156π cm^2.

- Continuamos calculando el volumen del cilindro:

  Volumen = Área de la base × Altura = $\pi r^2 h$. Utilizamos la fórmula del volumen de un cilindro, donde multiplicamos el área de la base por la altura. En este caso, eso es π(6 cm.)^2(10 cm.) = 360π cm^3.

  El volumen del cilindro es de 360π cm^3.

Problema 5: Si tenemos un cilindro que tiene un radio de base de 8 cm. y una altura de 15 cm. Calcula su **área superficial y su volumen.**

Área de la base = πr^2. Utilizamos la fórmula del área de un círculo, donde "r" es el radio. En este caso, el área de la base es π(8 cm.)^2 = 64π cm^2.

Área de la superficie lateral = 2πrh. Aquí, multiplicamos la circunferencia de la base (2πr) por la altura (h). Esto da como resultado 2π(8 cm.)(15 cm.) = 240π cm^2.

Área superficial total = Área de la base + Área de la superficie lateral. Sumamos ambos valores para obtener 64π cm^2 + 240π cm^2 = 304π cm^2.

Entonces, el **área superficial** del cilindro es de 304π cm^2.

Calculamos ahora el **volumen** del cilindro:

Volumen = Área de la base × Altura = $\pi r^2 h$. Utilizamos la fórmula del volumen de un cilindro, donde multiplicamos el área de la base por la altura. En este caso, eso es π(8 cm.)^2(15 cm.) = 960π cm^3.

El volumen del cilindro es de 960π cm^3.

Problema 6: Dado un cono que tiene un radio de base de 7 cm. y una altura de 9 cm. Calcula su área superficial y su volumen.

Comenzamos calculando el **área superficial** del cono:

Área de la base = πr^2. Utilizamos la fórmula del área de un círculo, donde "r" es el radio. En este caso, el área de la base es π(7 cm.)^2 = 49π cm^2.

Área de la superficie lateral = $\pi r\sqrt{(r^2 + h^2)}$. Aquí, calculamos la longitud de la generatriz usando el teorema de Pitágoras ($\sqrt{(r^2 + h^2)}$). Luego, multiplicamos por la circunferencia de la base (πr). Esto da como resultado π(7 cm.)$\sqrt{(7\ cm.)^2 + (9\ cm.)^2}$ = 7π$\sqrt{130}$ cm^2.

Área superficial total = Área de la base + Área de la superficie lateral. Sumamos ambos valores para obtener 49π cm² + $7\pi\sqrt{130}$ cm² ≈ 250,29 cm² (si se redondea a dos decimales).

Entonces, el área superficial del cono es aproximadamente 250,29 cm².

Ahora calculamos el **volumen** del cono:

Volumen = $(1/3)\pi r^2h$. Utilizamos la fórmula del volumen de un cono, donde multiplicamos el área de la base por la altura y luego dividimos por 3. En este caso, eso es $(1/3)\pi(7\text{ cm})^2(9\text{ cm}) \approx 220{,}62$ cm³ (si se redondea a dos decimales).

El volumen del cono es aproximadamente 220,62 cm³.

Problema 7: Dado un cono que tiene un radio de base de 10 cm. y una altura de 14 cm. Calcula su área superficial y su volumen.

El **área superficial** del cono será:

- Área de la base = πr^2. Utilizamos la fórmula del área de un círculo, donde "r" es el radio. En este caso, el área de la base es $\pi(10\text{ cm.})^2 = 100\pi$ cm².
- Área de la superficie lateral = $\pi r\sqrt{(r^2 + h^2)}$. Calculamos la longitud de la generatriz usando el teorema de Pitágoras ($\sqrt{(r^2 + h^2)}$). Luego, multiplicamos por la circunferencia de la base (πr). Esto da como resultado $\pi(10\text{ cm.})\sqrt{(10\text{ cm.})^2 + (14\text{ cm.})^2} = 10\pi\sqrt{296}$ cm².
- Área superficial total = Área de la base + Área de la superficie lateral. Sumamos ambos valores para obtener 100π cm² + $10\pi\sqrt{296}$ cm² ≈ 507,97 cm² (si se redondea a dos decimales).

  Entonces, el área superficial del cono es aproximadamente 507,97 cm².

  Y su **Volumen** = $(1/3)\pi r^2h$. Utilizamos la fórmula del volumen de un cono, donde multiplicamos el área de la base por la altura y luego dividimos por 3. En este caso, eso es $(1/3)\pi(10\text{ cm})^2(14\text{ cm.}) \approx 1466{,}67$ cm³ (si se redondea a dos decimales).

  El volumen del cono es, aproximadamente, 1466,67 cm³.

Problema 8: Un cono tiene un radio de base de 6 cm. y una altura de 8 cm. Calcula su área superficial y su volumen.

Comenzamos calculando la **superficie** del cono:

- Área de la base = πr^2. Utilizamos la fórmula del área de un círculo, donde "r" es el radio. En este caso, el área de la base es $\pi(6\text{ cm.})^2 = 36\pi$ cm².

- Área de la superficie lateral = $\pi r\sqrt{(r^2 + h^2)}$. Calculamos la longitud de la generatriz usando el teorema de Pitágoras ($\sqrt{(r^2 + h^2)}$). Luego, multiplicamos por la circunferencia de la base (πr). Esto da como resultado $\pi(6\text{ cm.})\sqrt{(6\text{ cm.})^2 + (8\text{ cm.})^2} = 24\pi\text{ cm}^2$.

- Área superficial total = Área de la base + Área de la superficie lateral. Sumamos ambos valores para obtener $36\pi\text{ cm}^2 + 24\pi\text{ cm}^2 \approx 150{,}80\text{ cm}^2$ (si se redondea a dos decimales).

Entonces, el área superficial del cono es aproximadamente 150,80 cm^2.

El **volumen** del cono se calculará como:

Volumen = $(1/3)\pi r^2 h$. Utilizamos la fórmula del volumen de un cono, donde multiplicamos el área de la base por la altura y luego dividimos por 3. En este caso, eso es $(1/3)\pi(6\text{ cm.})^2(8\text{ cm.}) \approx 301{,}59\text{ cm}^3$ (si se redondea a dos decimales).

El volumen del cono es aproximadamente 301,59 cm^3.

Problema 9: Calcular el **área superficial** de una esfera cuyo radio es de 5 cm.

Para calcular el área superficial de una esfera, utilizamos la fórmula:

$$A=4\pi r2$$

Donde "A" es el área superficial y "r" es el radio de la esfera.

Dado que el radio es de 5 cm., sustituimos "r" en la fórmula:

$$A=4\pi(5cm.)^2$$

$$A=4\pi(25cm.)^2$$

$$A=100\pi cm^2$$

Por lo tanto, el área superficial de la esfera es de $100\pi\text{ cm}^2$. Si deseas un valor decimal, puedes usar, aproximadamente, 314,16 cm^2.

Problema 10: Calcular el **volumen** de una esfera cuyo radio es de 8 cm.

Para calcular el volumen de una esfera, utilizamos la fórmula:

$$V=34\pi r^3$$

Donde "V" es el volumen y "r" es el radio de la esfera.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Dado que el radio es de 8 cm., sustituimos "r" en la fórmula:

$$V=34\pi(8cm.)^3$$

$$V=34\pi(512cm^3)$$

$$V=32048\pi cm^3$$

Por lo tanto, el volumen de la esfera es de (2048/3)**π** cm³. Si deseas un valor decimal, puedes usar aproximadamente 2144,66 cm³.

Problema 11: Si el área superficial de una esfera es de 36π cm², ¿cuál es su **radio**?

Sabemos que el área superficial de una esfera se calcula mediante la fórmula:

$$A=4\pi r^2$$

Dado que el área superficial es de 36π cm², podemos igualar la ecuación y resolver para "r":

$$36\pi=4\pi r^2$$

Dividimos ambos lados por 4π para aislar r2:

$$9=r^2$$

Tomamos la raíz cuadrada de ambos lados:

$$r=3$$

Por lo tanto, el radio de la esfera es de 3 cm.

Problema 12: El volumen de una esfera es de 523,6 cm³. ¿Cuál es el **radio** de la esfera?

Sabemos que el volumen de una esfera se calcula mediante la fórmula:

$$V=34\pi r^3$$

Dado que el volumen es de 523,6 cm³, podemos igualar la ecuación y resolver para "r":

$$523{,}6=34\pi r^3$$

Primero, multiplicamos ambos lados por 3/4 para aislar πr³:

$$3/4(523{,}6)=\pi r^3$$

Luego, dividimos ambos lados por π para aislar r^3:

$$r^3=3/4(523,6)$$

Finalmente, tomamos la raíz cúbica de ambos lados para encontrar el valor de "r":

$$r=\sqrt[3]{(3/4)(523,6)}$$

$$r\approx 7,3$$

Por lo tanto, el radio de la esfera es aproximadamente 7,3 cm.

Ideas clave

- Los cuerpos geométricos representan una amplia gama de formas tridimensionales, desde cubos y esferas hasta pirámides y conos. Cada uno tiene propiedades únicas que los distinguen, como el número de caras, vértices y aristas, así como características matemáticas fundamentales como el área superficial y el volumen.

- Los cuerpos geométricos son fundamentales en nuestra vida cotidiana. Desde los edificios y estructuras arquitectónicas hasta objetos de uso común como pelotas y envases, estos sólidos tridimensionales tienen aplicaciones prácticas en la ingeniería, la manufactura y la ciencia, lo que demuestra su relevancia en el mundo real.

- El estudio de cuerpos geométricos desempeña un papel central en la geometría y las matemáticas. A través de conceptos como el cálculo del área superficial y el volumen, los cuerpos geométricos permiten a los matemáticos explorar y comprender la relación entre la forma y la medida en el espacio tridimensional.

- Los cuerpos geométricos permiten la clasificación y taxonomía de formas tridimensionales a través del estudio de sus propiedades, como el número de caras, vértices y aristas, así como la simetría y la relación entre sus elementos.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- Los cuerpos geométricos trascienden las fronteras de las matemáticas y tienen aplicaciones interdisciplinarias. Se utilizan en la física para describir sólidos, en la química para modelar moléculas y en la ingeniería para diseñar estructuras eficientes. Esta versatilidad demuestra la importancia de comprender y aplicar conceptos relacionados con cuerpos geométricos en una amplia gama de campos.

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Glosario

- **Ápice de un cono:** El ápice de un cono es el punto en el que se encuentran todas las aristas que forman la superficie lateral del cono. Es el punto más alto o el vértice de la estructura con forma cónica. El ápice es fundamental para definir la geometría del cono y su posición en el espacio.

- **Área superficial:** El área superficial, también conocida como área superficial total, se refiere al cálculo de la suma de las áreas de todas las superficies que componen un objeto tridimensional, como un sólido geométrico.

- **Plomería:** La plomería es el conjunto de actividades y técnicas relacionadas con la instalación, mantenimiento y reparación de sistemas de tuberías y accesorios que transportan líquidos, gases o sólidos. Esto incluye sistemas de suministro de agua, sistemas de drenaje, sistemas de calefacción y refrigeración, entre otros. Los plomeros son profesionales que se especializan en este campo.

- **Sistemas eficientes:** Los sistemas eficientes se refieren a sistemas o procesos que logran sus objetivos con un uso mínimo de recursos, como tiempo, energía o dinero. La eficiencia es un objetivo importante en ingeniería, economía y gestión, ya que busca maximizar la producción o el rendimiento con los recursos disponibles.

- **Sólidos geométricos:** Los sólidos geométricos son objetos tridimensionales que ocupan espacio en el mundo real. Estos objetos tienen forma y volumen, y pueden describirse mediante figuras geométricas como cubos, esferas, conos, cilindros, pirámides, entre otros.

Referencias bibliográficas

- Barrios, L. (2019). *Matemáticas Académicas 3° ESO.* Editex.
- González, F. (2020). *Competencia clave: Competencia matemática Nivel 3.* Editorial Paraninfo.
- Ladrón, M. (2020). *Competencia matemática N3.* Ed. Tutor formación.
- Lira, M. (1994). *Simón y las matemáticas.* Editorial Andrés Bello.
- Montañez, M. (2015). *Competencia matemática N3.* Editorial Ideaspropias.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Enlaces web de interés

- ¿Qué son los cuerpos geométricos?
- Cuerpos geométricos y cálculos.
- Áreas y volúmenes de cuerpos geométricos.
- Cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos.
- Concepto de figuras y cuerpos geométricos.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU

MINISTERIO
DE TRABAJO
Y ECONOMÍA SOCIAL

Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia

Castilla-La Mancha