Competencia matemática

Competencias clave

Nivel 3

Financiado por
la Unión Europea
NextGenerationEU

MINISTERIO
DE TRABAJO
Y ECONOMÍA SOCIAL

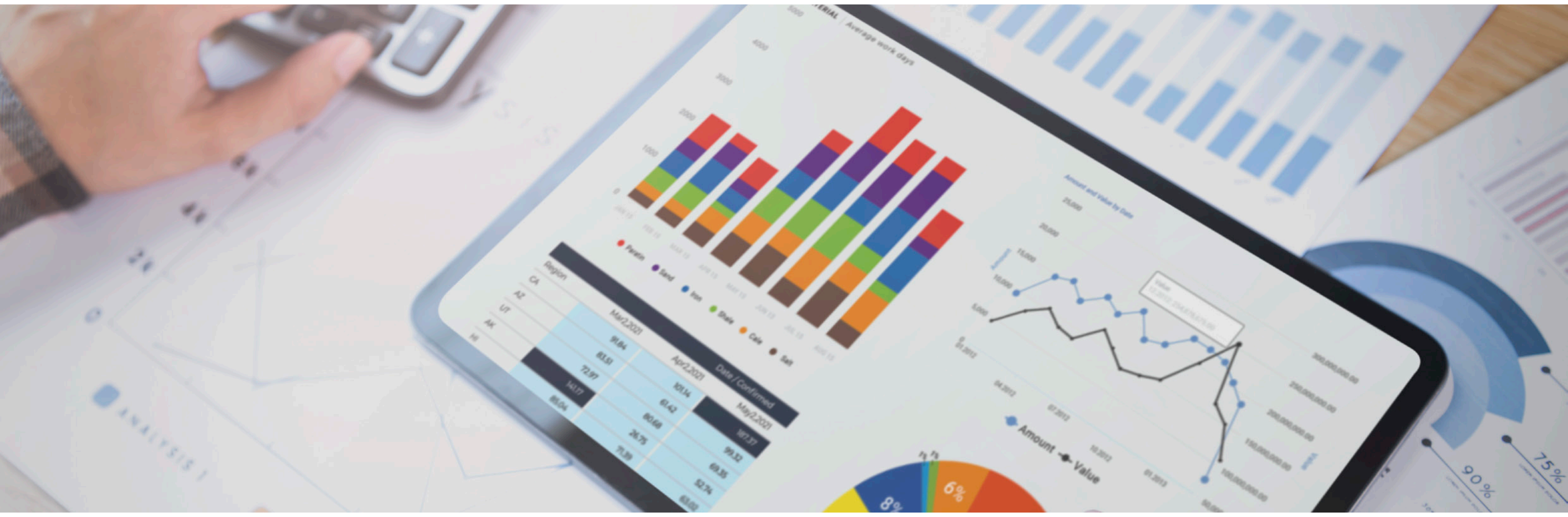
Plan de Recuperación,
Transformación
y Resiliencia

Castilla-La Mancha

Índice de contenidos

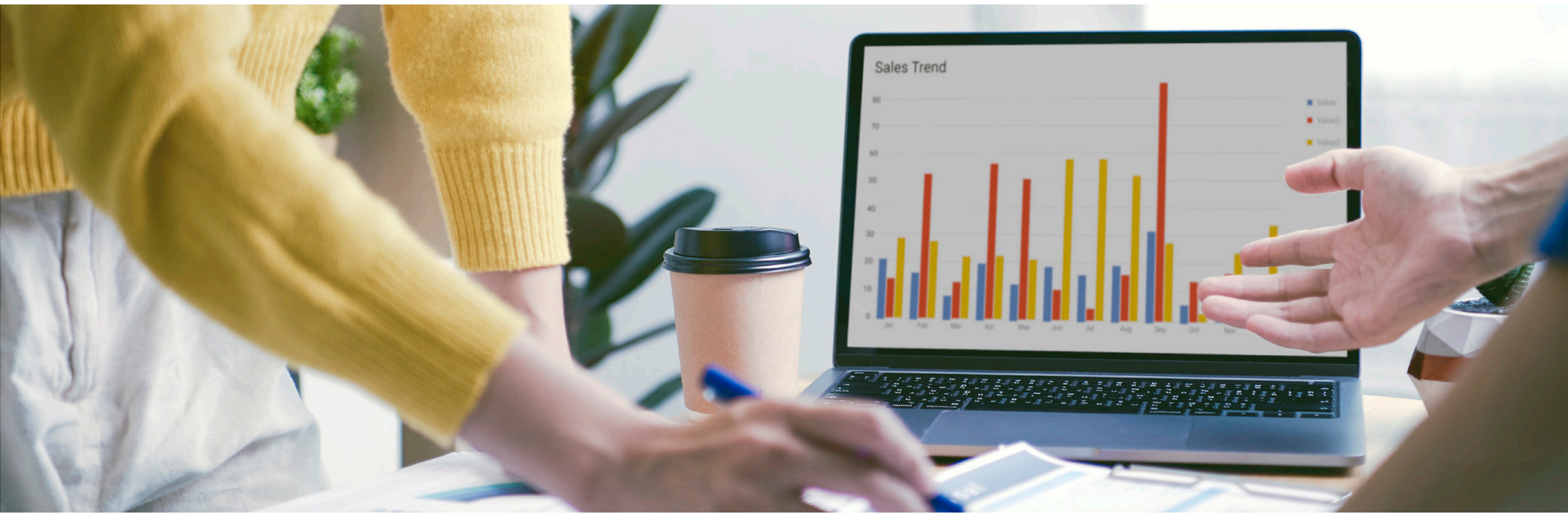
Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

BLOQUE V: APLICACIÓN DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.



Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

UD12.1: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.



Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Presentación

Las medidas de centralización, como la media, que indica el valor promedio, la mediana, que señala el punto medio, y la moda, que destaca el valor más frecuente, son las herramientas iniciales para entender la tendencia central de nuestros conjuntos de datos. Además, los parámetros de dispersión, como el rango, que mide la amplitud, y la desviación típica, que evalúa la variabilidad, nos proporcionan insights cruciales sobre la distribución y homogeneidad de la información.

A lo largo del tema analizaremos juntos estas medidas clave. Conoceremos cómo la media nos ofrece un panorama general, mientras que la mediana y la moda nos dan perspectivas distintas, especialmente en presencia de valores extremos.

Repasaremos los parámetros de dispersión, comprendiendo cómo el rango nos habla de la amplitud del conjunto y la desviación típica nos guía en la evaluación de la variabilidad.

Igualmente, nos sumergiremos en experimentos aleatorios, lanzando dados y monedas para entender el comportamiento del azar.

A medida que avances en la unidad didáctica, conocerás la importancia de la media, mediana y moda para entender la tendencia central de tus datos. Dominarás la aplicación de parámetros de dispersión, utilizando el rango y la desviación típica para evaluar la variabilidad y homogeneidad en tus conjuntos de información.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Objetivos

- Organizar adecuadamente, en tablas de frecuencias y gráficas, información de naturaleza estadística.
- Calcular correctamente (mediante calculadora o asistentes informáticos adecuados) medidas de centralización (media, mediana y moda) y de dispersión (rango y desviación típica) de una distribución, interpretándolas con fluidez y teniendo en cuenta la representatividad y la validez del procedimiento de elección de la muestra y la pertinencia de la generalización de las conclusiones del estudio a toda la población.
- Elaborar e interpretar informaciones estadísticas y calcular parámetros estadísticos de uso corriente, así como de probabilidad.
- Asignar probabilidades a sucesos elementales correspondientes a fenómenos aleatorios sencillos y utilizar técnicas estadísticas elementales para tomar decisiones razonables a partir de los resultados de la experimentación, simulación o, en su caso, del recuento.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

1.1. MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN: MEDIA, MEDIANA Y MODA.

La media, también conocida como **promedio aritmético**, es una medida estadística fundamental que se utiliza para describir la tendencia central de un **conjunto de datos.** Su **cálculo** es sencillo: sumas todos los valores y divides el resultado entre la cantidad de elementos en el conjunto.

Uno de los aspectos más fascinantes de la media es su capacidad para **resumir grandes cantidades** de información en un solo número. Al calcular la media, estamos, esencialmente, **condensando la información** contenida en un conjunto de datos en un solo valor representativo. Esto facilita la comparación entre diferentes conjuntos de datos y proporciona una medida cuantitativa de la ubicación central de los valores observados.

No obstante, es importante tener en cuenta que la media puede ser influenciada por **valores atípicos o extremos** en el conjunto de datos. Un solo **valor extremo** puede distorsionar significativamente la media, lo que lleva a una **representación sesgada** de la tendencia central. En situaciones donde los valores extremos son relevantes, puede ser más apropiado considerar otras medidas de tendencia central, como la **mediana.**

La media también es fundamental en la comprensión de la **distribución de probabilidad** de una variable aleatoria. En el contexto de la estadística, la media de una distribución se conoce como el **valor esperado**, que representa el promedio ponderado de todos los posibles valores de la variable aleatoria, ponderados por sus respectivas probabilidades. Esta **conexión** entre la media y el valor esperado es esencial en la teoría de la probabilidad y proporciona una base sólida para el análisis estadístico.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Además, la media juega un papel crucial en la **formulación de modelos matemáticos** y en la **resolución de ecuaciones diferenciales.** En muchos casos, los modelos matemáticos implican variables que se comportan de manera promedio, y la media es la herramienta principal para describir ese comportamiento promedio. En **ecuaciones diferenciales**, por ejemplo, la media puede utilizarse para simplificar problemas al reemplazar una variable compleja por su valor promedio.

Veamos, a continuación, **algunos ejemplos**:

1. Supongamos que registramos las temperaturas diarias durante una semana: 22, 24, 21, 23, 25, 20, y 22 grados Celsius. Para calcular la **temperatura media**, sumamos todos los valores y dividimos entre el número de días.

   Media=(22+24+21+23+25+20+22)/7

   Media=15/7

   Media=22,43

   La temperatura media durante esa semana fue de aproximadamente 22,43 grados Celsius.

2. Consideremos el **tiempo de estudio** diario (en horas) de tres estudiantes: Estudiante A estudia 2 horas, Estudiante B estudia 3 horas, y Estudiante C estudia 1 hora. La media se calcula sumando los tiempos de estudio y dividiendo entre el número de estudiantes.

   Media=(2+3+1)/3

   Media=6/3

   Media=2

   La media del tiempo de estudio es de 2 horas. Esto nos indica que, en promedio, los estudiantes dedicaron 2 horas diarias al estudio.

3. Supongamos que tenemos las **edades de cinco amigos**: 25, 28, 23, 26, y 30 años. Calculamos la media sumando todas las edades y dividiendo entre el número de amigos.

   Media=(25+28+23+26+30)/5

   Media=132/5

   Media=26,4

   La media de las edades es de 26,4 años. Esto nos da una idea general de la edad promedio en este grupo de amigos.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

La **mediana**, una medida de **tendencia central**, se diferencia de otras medidas, como la media aritmética, al centrarse en la **posición del valor central** en un conjunto de datos ordenado. Este enfoque la convierte en una herramienta valiosa para comprender la **distribución de datos**, especialmente cuando se enfrenta a conjuntos con valores atípicos o distribuciones asimétricas.

La mediana se calcula **ordenando los datos de menor a mayor** y seleccionando el valor que se encuentra en la **posición central.** Si el conjunto de datos tiene un número **impar** de elementos, la mediana es simplemente el **valor central.** Si el conjunto de datos tiene un número par de elementos, la mediana se calcula tomando el **promedio de los dos valores centrales.**

Para ilustrar esto, consideremos el siguiente conjunto de datos:

8,12,5,17,9,15,68,12,5,17,9,15,6

- Ordenar los datos: 5,6,8,9,12,15,175,6,8,9,12,15,17
- Número impar de elementos: Hay 7 elementos, por lo que la mediana es el valor central, que es 9.

Ahora, consideremos otro conjunto de datos:

8,12,5,17,9,15,6,21

- Ordenar los datos: 5,6,8,9,12,15,17,21
- Número par de elementos: Hay 8 elementos, por lo que la mediana es el promedio de los dos valores centrales, que son 12 y 15.
- Mediana=(12+15)/2=13,5
- En este caso, la mediana es 13,5

Una propiedad destacada de la mediana es su **robustez frente a valores atípicos**. A diferencia de la media aritmética, que puede ser fuertemente influenciada por valores extremos, la mediana solo depende de la **posición central de los datos.** Esto la convierte en una **medida resistente** a perturbaciones en los extremos del conjunto, siendo especialmente útil cuando se trabaja con conjuntos de datos que contienen valores atípicos.

La mediana es una elección natural cuando se trata con **distribuciones asimétricas**. Mientras que la media puede verse afectada por la cola larga de una distribución sesgada, la mediana **refleja el punto** en el cual la mitad de los datos están por encima y la mitad están por debajo. Esta propiedad la hace ideal para **describir la tendencia central** en situaciones donde los datos no siguen una distribución simétrica.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

En series temporales, la mediana puede proporcionar una visión más estable de la tendencia central en comparación con la media. Si hay **fluctuaciones extremas** en ciertos períodos de tiempo, la mediana no se verá tan afectada como la media, permitiendo una mejor comprensión de la evolución temporal sin ser distorsionada por valores extremos.

Veamos **algunos ejemplos prácticos** de cálculo con la mediana:

1. Supongamos que queremos analizar los **ingresos familiares en una comunidad.** Un conjunto de datos podría ser: 30.000,35.000,40.000,100.000,42.000. Al calcular la mediana, ordenamos los ingresos y seleccionamos el valor central. En este caso, la mediana sería 40.000. Esto indica que la mitad de las familias tienen ingresos por encima de 40.000 y la otra mitad por debajo, proporcionando una medida central que no se ve afectada significativamente por la familia con un ingreso extremadamente alto.

2. Imaginemos que estamos interesados en la **duración del tiempo de viaje diario** de un grupo de personas en minutos: 25,30,35,40,12025,30,35,40,120. Al calcular la mediana, ordenamos los tiempos y seleccionamos el valor central. En este caso, la mediana sería 3535. Aunque hay un valor atípico (120120), la mediana no se ve afectada, brindándonos una medida central más representativa de la mayoría de los tiempos de viaje diarios.

3. Supongamos que estamos **analizando las edades de una población en una ciudad.** Un conjunto de datos podría ser: 28,32,35,37,85,28,32,35,37,85. Al calcular la mediana, ordenamos las edades y seleccionamos el valor central. La mediana en este caso sería 3535, indicando que la mitad de la población tiene edades por encima de 3535 y la otra mitad por debajo, independientemente de la presencia de la persona mayor con 8585 años.

4. Supongamos que estamos investigando el **precio de las viviendas en un vecindario.** Un conjunto de datos podría ser: 300.000,350.000,325.000,1.200.000,400.000. Al calcular la mediana, ordenamos los precios y seleccionamos el valor central. La mediana, en este caso, sería 350.000, proporcionando una medida central que no se ve distorsionada por la presencia de una vivienda con un precio excepcionalmente alto.

Comparar la mediana con la media aritmética arroja luz sobre sus diferencias fundamentales. Mientras que la media aritmética se calcula sumando todos los valores y dividiendo por la cantidad de elementos, la mediana se centra en el valor central. Vamos a analizar estas diferencias a través de ejemplos adicionales.

Consideremos el **conjunto de datos simétrico**: 10,15,20,25,20,15,10. La **media aritmética** se calcula sumando todos los valores y dividiendo por la cantidad de elementos:

Media=(10+15+20+25+20+15+10)/7=1157≈16,43

La **mediana**, en cambio, se obtiene ordenando los datos y seleccionando el valor central, que en este caso es 20. Aunque la media y la mediana son cercanas en este conjunto simétrico, la mediana **refleja mejor la ubicación central.**

Aunque la mediana ofrece ciertas ventajas, no es una panacea y tiene **limitaciones** que deben considerarse:

- **Pérdida de información detallada:** La mediana resume la posición central sin tener en cuenta la magnitud específica de los valores. Como resultado, pierde información detallada sobre la dispersión de los datos.
- **Dependencia de la ordenación:** El cálculo de la mediana depende de la ordenación de los datos. Si el conjunto de datos es grande, el proceso de ordenación puede volverse computacionalmente costoso.
- **No utiliza todos los datos:** La mediana no utiliza todos los datos en el conjunto. En conjuntos con un número par de elementos, la mediana se calcula como el promedio de dos valores centrales, lo que significa que no se toman en cuenta todos los datos individuales.

La **moda**, una medida de tendencia central, **difiere de la media y la mediana** al centrarse en la **frecuencia de ocurrencia de los valores** en un conjunto de datos. A diferencia de la mediana, que se enfoca en la posición central, y de la media, que utiliza la magnitud de los valores, la moda identifica los **valores más frecuentes o comunes** en un conjunto de datos.

La moda se refiere a los **valores que aparecen con mayor frecuencia** en un conjunto de datos. Puede haber una moda **(unimodal)**, si hay un valor que se repite con mayor frecuencia, o varias modas **(multimodal)**, si varios valores comparten la mayor frecuencia.

En un **conjunto de datos no agrupado**, la moda se encuentra identificando los valores que ocurren con mayor frecuencia. Consideremos el conjunto de datos: 3,5,2,7,3,8,4,2,33,5,2,7,3,8, 4,2,3.

1. **Identificar frecuencias:** Determinamos cuántas veces aparece cada valor en el conjunto de datos. En este caso, 22 aparece dos veces, 33 aparece tres veces, 44 aparece una vez, 55 aparece una vez, 77 aparece una vez y 88 aparece una vez.
2. **Seleccionar el valor con mayor frecuencia:** La moda es 33 porque es el valor que aparece con mayor frecuencia en este conjunto de datos.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

En un conjunto de datos agrupado, la moda se determina identificando la clase modal, que es la clase con la mayor frecuencia. Consideremos el **conjunto de datos** agrupado:

Clase	Frecuencia
10 - 20	5
20-30	8
30 - 40	12
40 - 50	8
50 - 60	3

En este caso, **la clase modal es 30–40** porque tiene la mayor frecuencia (12).

La moda tiene **varias propiedades**:

- A diferencia de la media y la mediana, un **conjunto de datos puede no tener moda**, tener una moda (unimodal), o tener varias modas (multimodal). La existencia de la moda depende de la distribución de frecuencias en el conjunto de datos.
- La moda es una medida robusta frente a **valores atípicos.** Aunque la presencia de un valor atípico puede afectar la media y, en menor medida, la mediana, la moda se basa en la **frecuencia de ocurrencia**, por lo que un valor atípico tiene menos impacto en su cálculo.
- A diferencia de la mediana, que siempre es única para un conjunto de datos dado, un conjunto de datos puede tener **cero, una o varias modas.** En situaciones en las que hay varias modas, se dice que el conjunto de datos es multimodal.
- La moda es especialmente aplicable a **conjuntos de datos categóricos**, donde los valores son categorías o clases. Por ejemplo, en un conjunto de datos que representa colores favoritos, la moda podría ser "azul" si es la categoría más frecuente.

Veamos, a continuación, algunos ejemplos:

1. Imaginemos que estamos analizando la **frecuencia de palabras en un texto** y hemos recopilado la siguiente información:

Palabra	Frecuencia
Gato	15
Perro	20
Árbol	12
Casa	20
Río	15

En este caso, tanto "Perro" como "Casa" tienen la mayor frecuencia (20), por lo que el conjunto de datos es multimodal, y las modas son "Perro" y "Casa".

2. Supongamos que estamos analizando las **calificaciones de los estudiantes** en una clase y hemos recopilado la siguiente información:

Calificación	Frecuencia
A	8
B	12
C	15
D	8
E	5

En este caso, la clase con calificación "C" tiene la mayor frecuencia (15), por lo que la moda es "C".

3. Supongamos que estamos analizando las **edades de una población** y hemos recopilado la siguiente información:

Edad	Frecuencia
20 - 30	10
30 - 40	18
40 - 50	12
50 - 60	15
60 - 70	8

En este caso, la clase con edades entre 30 y 40 años tiene la mayor frecuencia (18), por lo que la moda es el intervalo de edades entre 30 y 40.

Comparar la moda con la media y la mediana proporciona una visión más completa de la tendencia central y la distribución de los datos:

En conjuntos de datos simétricos, la moda, la mediana y la media **suelen coincidir**. Por ejemplo, en un conjunto de datos que representa las alturas de personas en una población donde la distribución es simétrica, la moda, la mediana y la media serán aproximadamente iguales.

En conjuntos sesgados, la moda, la mediana y la media **pueden diferir**. Por ejemplo, en un conjunto de datos de ingresos mensuales donde la distribución está sesgada a la derecha (con unos pocos individuos con ingresos muy altos), la moda puede ser menor que la mediana y la media.

La moda **es menos sensible** a los valores atípicos en comparación con la media. En un conjunto de datos con un valor atípico extremadamente alto, la moda puede permanecer **relativamente estable**, mientras que la media se verá fuertemente influenciada por este valor extremo.

La moda **brinda información adicional en conjuntos multimodales**, donde hay más de una moda. Esto puede indicar estructuras de datos más complejas o subgrupos distintos dentro del conjunto de datos.

A pesar de sus ventajas, la moda tiene **limitaciones y consideraciones** que deben tenerse en cuenta al utilizarla como medida de tendencia central:

- La moda depende **de las frecuencias de ocurrencia** de los valores en el conjunto de datos. Dos conjuntos con la misma moda pueden tener distribuciones de frecuencia diferentes, lo que limita su capacidad para describir completamente la variabilidad de los datos.
- La moda **no considera las magnitudes específicas de los valores**, lo que puede resultar en una pérdida de información detallada sobre la distribución de los datos.
- En **conjuntos de datos continuos**, especialmente aquellos con pocos datos o con datos agrupados, la moda puede **no ser representativa** de la verdadera tendencia central, ya que se basa en clases y frecuencias.

Importante

Las medidas de centralización son la moda, la media y la mediana. Debemos conocer estos tres elementos a la perfección a la hora de examinar los datos de un determinado conjunto.

2. PARÁMETROS DE DISPERSIÓN: RANGO Y DESVIACIÓN TÍPICA.

Los **parámetros de dispersión** son medidas estadísticas que proporcionan información sobre la variabilidad o dispersión de un conjunto de datos. A diferencia de las medidas de tendencia central, que se centran en la ubicación central de los datos, los parámetros de dispersión exploran cómo se **distribuyen los valores** alrededor de esa ubicación central.

El rango es una medida simple, pero efectiva, de dispersión que refleja la **distancia total entre los valores extremos de un conjunto de datos. Se calcula** restando el valor mínimo del valor máximo. Matemáticamente, el rango (R) se expresa como:

R=Valor Máximo – Valor Mínimo

Consideremos el conjunto de datos: 15,20,10,25,18,30,1215,20,10,25,18,30,12.

- Encontrar el **valor máximo**: El valor máximo es 30.
- Encontrar el **valor mínimo**: El valor mínimo es 10.

R=30–10=20

El rango en este conjunto de datos es 20, lo que indica que la extensión total de los valores observados es de 20 unidades.

El rango posee **diferentes propiedades**:

- El rango es **sensible a valores extremos** en el conjunto de datos, ya que se basa, únicamente, en el valor máximo y mínimo. **Un solo valor extremo** puede afectar significativamente el rango, lo que puede no ser representativo de la variabilidad general de los datos.
- El cálculo del rango **no tiene en cuenta la distribución de los valores** entre el máximo y el mínimo. Dos conjuntos de datos con el mismo rango pueden tener distribuciones internas muy diferentes.
- En **conjuntos de datos agrupados**, donde los valores se presentan en intervalos en lugar de como datos individuales, el rango **puede no ser representativo de la variabilidad real**, ya que no considera la cantidad de valores en cada intervalo.

Veamos a continuación **algunos ejemplos prácticos**:

1. Imaginemos que tenemos las **puntuaciones de dos grupos** de estudiantes en un examen:

   Grupo A: 85,90,92,88,86,85,90,92,88,86

   Grupo B: 65,98,70,100,6065,98,70,100,60

   Rango A: 92-85=7

   Rango B: 100-60=40

2. Supongamos que estamos **analizando las temperaturas diarias** en dos ciudades durante una semana:

   Ciudad X: 20°C,22°C,18°C,25°C,21°C

   Ciudad Y: 10°C,30°C,15°C,28°C,12°C

   Rango ciudad X: 25°C – 18°C =7°C

   Rango ciudad Y: 30°C–10°C=20°C

3. Supongamos que estamos **analizando los ingresos mensuales** de dos individuos:

   Persona P: 2000€, 3000€, 2500, 2800€, 2200€

   Persona Q: 1500€, 5000€, 2000€, 4500€, 1000€

   Rango P=3000€–2000€=1000€

   Rango Q=5000€–1000€=4000€

El rango posee diferentes **aplicaciones prácticas**:

- En la **recopilación de datos diarios**, como la temperatura, las puntuaciones de los estudiantes o las ventas, el rango puede proporcionar **una visión rápida** de cuán variables son los datos en un período específico.
- Cuando se **comparan el rendimiento de dos grupos o conjuntos de datos**, el rango puede ayudar a **identificar diferencias en la amplitud total** de los valores observados.
- En el **análisis financiero**, especialmente en la evaluación de la volatilidad de los precios de las acciones, el rango puede ofrecer una **medida inicial** de la variabilidad de los datos.
- En **entornos de producción**, el rango puede utilizarse para **evaluar la variabilidad en la calidad** de los productos fabricados. Si el rango es grande, puede indicar una variabilidad significativa en el proceso.

Las **limitaciones principales** del rango son:

- El rango es altamente **sensible a valores extremos** o atípicos en el conjunto de datos. Un solo valor extremo puede distorsionar significativamente la medida de la variabilidad.
- El rango no proporciona información **sobre cómo se distribuyen** los valores dentro del rango. Dos conjuntos de datos con el mismo rango pueden tener **patrones de dispersión interna** muy diferentes.

- En conjuntos de datos agrupados, el rango puede **no reflejar adecuadamente** la variabilidad real, ya que no considera la cantidad de valores en cada intervalo.

La **desviación típica**, también conocida como **desviación estándar**, es una medida estadística que cuantifica la **dispersión o variabilidad** de un conjunto de datos en relación con su media. En otras palabras, nos indica **cuánto se alejan**, en promedio, los valores individuales del valor medio del conjunto.

Una desviación típica baja sugiere que los datos **estén agrupados cerca de la media**, mientras que una desviación típica alta indica que **los datos están más dispersos.**

La **fórmula** para calcular la desviación típica se basa en **dos pasos**: primero, se calcula la **diferencia entre cada valor individual y la media**; después, **se elevan al cuadrado esas diferencias, se promedian y se toma la raíz cuadrada del resultado.** Esto asegura que las desviaciones negativas y positivas no se cancelen entre sí.

Por ejemplo, consideremos las **edades de cinco personas** en un grupo: 20, 22, 25, 18, y 21 años.

Primero, calculamos la **media**:

X¯=(20+22+25+18+21)/5=21,2

Luego, calculamos **las desviaciones** de cada edad respecto a la media y las elevamos al cuadrado:

(20−21.2)2=1,44

(22−21.2)2=0,64

(25−21.2)2=14,44

(18−21.2)2=10,24

(21−21.2)2=0,04

Sumamos estos resultados y los promediamos:

(1.44+0.64+14.44+10.24+0.04)/5=5.,6

Finalmente, tomamos la raíz cuadrada de este promedio para obtener la desviación típica:

σ=5.16≈2.27

En este caso, la desviación típica es aproximadamente 2,27 años, lo que indica que las edades tienen una dispersión moderada en relación con la media.

Recuerda

Los parámetros de dispersión son medidas estadísticas que proporcionan información sobre la variabilidad o dispersión de un conjunto de datos.

3. EXPERIMENTOS ALEATORIOS.

3.1. COMPORTAMIENTO DEL AZAR.

Un **experimento aleatorio** es un proceso o evento cuyo resultado no puede predecirse con certeza. En otras palabras, el resultado de un experimento aleatorio **está sujeto al azar** y la incertidumbre. Estos experimentos son **esenciales para la teoría de probabilidad**, ya que proporcionan la base para analizar y cuantificar la probabilidad de diversos resultados.

Ejemplos de experimentos aleatorios:

1. **Lanzamiento de un dado:**
   - **Experimento aleatorio:** Lanzar un dado justo.
   - **Posibles resultados:** Los números del 1 al 6.
   - **Espacio muestral:** {1,2,3,4,5,6}.
2. **Lanzamiento de una moneda:**
   - **Experimento aleatorio:** Lanzar una moneda justa.
   - **Posibles resultados:** Cara (C) o Cruz (X).
   - **Espacio muestral:** {C,X}.
3. **Extracción de una bola de una urna:**
   - **Experimento aleatorio:** Extraer una bola de una urna que contiene bolas numeradas.
   - **Posibles resultados:** El número en la bola extraída.
   - **Espacio muestral:** Conjunto de números en las bolas.

4. **Lanzamiento de un par de dados:**

   - **Experimento aleatorio:** Lanzar dos dados justos.
   - **Posibles resultados:** Pares ordenados representando los resultados en cada dado.
   - **Espacio muestral:** Conjunto de todos los pares posibles.

El **espacio muestral (*S*)** de un experimento aleatorio es el **conjunto de todos los posibles resultados individuales** que pueden ocurrir. Es fundamental para definir y comprender la probabilidad asociada con cada resultado. Los elementos del espacio muestral representan **todas las posibles formas** en que el experimento puede desarrollarse.

Características del espacio muestral:

- **Mutuamente exhaustivo:** Cada posible resultado del experimento aleatorio debe estar incluido en el espacio muestral.

- **Colectivamente exhaustivo:** La unión de todos los resultados posibles debe abarcar todo el espacio muestral.

Ejemplos de espacios muestrales:

1. **Lanzamiento de un dado:**

   Espacio muestral: {1,2,3,4,5,6}

2. **Lanzamiento de una moneda:**

   Espacio muestral: {C,X}

3. **Extracción de una bola de una urna:**

   Espacio muestral: Conjunto de números en las bolas en la urna.

4. **Lanzamiento de un par de dados:**

   Espacio muestral: Conjunto de todos los pares posibles (1,1),(1,2),...,(6,6).

La probabilidad es una medida numérica que cuantifica **la posibilidad** de que ocurra un evento particular. Se representa como un número entre **0 y 1**, donde **0** indica que el evento es imposible y **1** indica que el evento es **seguro**. La asignación de probabilidades a eventos es esencial para **modelar y analizar situaciones inciertas.**

Propiedades de la probabilidad:

1. **Probabilidad de un evento:** $0 \leq (P(A)) \leq 1$, donde P(A) es la probabilidad de que ocurra el evento A.
2. **Probabilidad del espacio muestral:** $P(S)=1$, ya que algún resultado debe ocurrir.
3. **Probabilidad del evento complementario:** $P(A')=1-P(A)$, donde A' es el evento complementario de A.

Métodos de asignación de probabilidades:

1. **Método clásico:**
   - Se aplica cuando todos los resultados en el espacio muestral son igualmente probables.
   - La probabilidad de un evento A se calcula como P(A)=(Número de resultados favorables a A)/(Tamaño del Espacio Muestral)
2. **Método frecuentista:**
   - Se basa en la frecuencia relativa de un evento en un gran número de repeticiones del experimento.
   - La probabilidad de un evento A se aproxima mediante la frecuencia relativa de A en múltiples repeticiones del experimento.
3. **Método subjetivo:**
   - Se basa en la opinión o juicio subjetivo del analista.
   - La probabilidad refleja la creencia del analista en la ocurrencia del evento.

El **comportamiento del azar** se describe, a menudo, mediante la **Ley de los Grandes Números**, que establece que, a medida que se repite un experimento aleatorio un gran número de veces, la frecuencia relativa de un evento tiende a aproximarse a la probabilidad teórica del evento. Esto significa que, aunque el resultado de un experimento individual puede ser impredecible, la repetición del experimento a lo largo del tiempo revelará patrones consistentes y predecibles.

Ley de los Grandes Números:

1. **LGN débil:** La frecuencia relativa de un evento tiende a acercarse a su probabilidad a medida que el número de repeticiones aumenta.
2. **LGN fuerte:** La frecuencia relativa de un evento converge casi seguramente a su probabilidad a medida que el número de repeticiones tiende a infinito.

Los experimentos aleatorios tienen **diferentes aplicaciones:**

- **Juegos de azar:** En juegos de cartas, dados o ruletas, los experimentos aleatorios modelan la incertidumbre y la posibilidad de diversos resultados.
- **Finanzas:** La modelización de movimientos de precios en los mercados financieros se basa en experimentos aleatorios para comprender y predecir la variabilidad.
- **Ingeniería y ciencias:** En la ingeniería y las ciencias, se utilizan experimentos aleatorios para modelar la variabilidad en procesos y sistemas.
- **Simulaciones y experimentos virtuales:** La simulación de experimentos aleatorios en entornos virtuales permite el estudio de escenarios complejos sin la necesidad de realizar experimentos físicos.
- **Toma de decisiones:** La teoría de probabilidad y los experimentos aleatorios se utilizan en la toma de decisiones, donde la incertidumbre es un factor clave.

También poseen **diferentes limitaciones:**

- **Complejidad de modelado:** En situaciones de la vida real, la modelización de experimentos aleatorios puede volverse compleja debido a la interacción de múltiples variables.
- **Condiciones de igualdad de probabilidad:** En el método clásico, la asignación de probabilidades puede ser desafiante cuando no todos los resultados son igualmente probables.
- **Interpretación subjetiva:** La asignación subjetiva de probabilidades puede variar entre diferentes analistas, lo que puede afectar las conclusiones basadas en la probabilidad.

Recuerda

La probabilidad es una medida numérica que cuantifica la posibilidad de que ocurra un evento particular.

3.2. REALIZACIÓN DE EXPERIMENTOS CON DADOS Y MONEDAS.

Los **experimentos aleatorios con dados y monedas** son fundamentales en la teoría de probabilidad y proporcionan un terreno fértil para explorar conceptos clave en el mundo de los **eventos inciertos.**

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Los dados son herramientas esenciales en la teoría de probabilidad, ya que ofrecen una manera sencilla, pero poderosa, de **modelar experimentos aleatorios.** Un dado común tiene seis caras numeradas **del 1 al 6.** La teoría de probabilidad utiliza los dados para explorar la variabilidad y la incertidumbre asociada con eventos que involucran resultados discretos.

El lanzamiento de un dado justo representa un experimento aleatorio. El **espacio muestral (*S*)** de este experimento consiste en todos los **posibles resultados individuales.** En el caso de un dado justo de seis caras, el espacio muestral es *S*={1,2,3,4,5,6}, ya que estos son los posibles resultados que podríamos obtener al lanzar el dado.

El **método clásico** para asignar probabilidades se aplica cuando todos los resultados en el espacio muestral son **igualmente probables.** En el caso del lanzamiento de un dado justo, cada número tiene la **misma probabilidad de 1/6**, ya que hay seis posibles resultados igualmente probables. La probabilidad de cualquier evento *A* se calcula como la proporción de resultados favorables a A respecto al tamaño del espacio muestral.

Por ejemplo, cuál es la probabilidad de **obtener un número par:**

- **Espacio muestral (S):** S={1,2,3,4,5,6}
- **Evento (A):** Obtener un número par.
- **Resultados favorables** (A): A={2,4,6}
- **Probabilidad de A: P(A)=**Resultados favorables/Tamaño del espacio muestral=3/6=1/2.

Las monedas son otro instrumento valioso en la teoría de probabilidad, particularmente para experimentos que involucran **dos resultados mutuamente excluyentes**, como c**ara (C) o cruz (X).** La simplicidad de una moneda la convierte en un punto de partida accesible para comprender conceptos de probabilidad.

El espacio muestral (S) del lanzamiento de una moneda justa consiste **en todos los posibles resultados individuales.** En este caso, S={C,X}, donde C representa cara y X representa cruz. Estos son los únicos dos resultados posibles en el experimento.

Similar al caso del dado, el método clásico se aplica cuando los resultados son igualmente probables. En el lanzamiento de una moneda justa, ambos lados (cara y cruz) tienen la misma **probabilidad de 1/2.** La probabilidad de cualquier evento A se calcula como la proporción de resultados favorables a A respecto al tamaño del espacio muestral.

Por ejemplo, cuál es la probabilidad de **obtener una cara:**

- **Espacio muestral (S):** S={C,X}

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- **Evento (A):** Obtener cara.
- **Resultados favorables (A):** A={C}
- **Probabilidad de A:** P(A)=Resultados favorables/Tamaño del espacio muestral=1/2.

Los **experimentos compuestos** implican la realización de múltiples experimentos aleatorios consecutivos. Cuando **se combinan dados y monedas** en un experimento compuesto, el espacio muestral conjunto **(*S* conjunto)** se forma mediante la combinación de los espacios muestrales individuales.

Por ejemplo, lanzamiento de un dado y una moneda:

Supongamos que queremos modelar el lanzamiento de un dado justo seguido de un lanzamiento de una moneda justa. El espacio muestral conjunto sería el producto cartesiano de los espacios muestrales individuales:

Sconjunto={(1,C),(1,X),(2,C),(2,X),…,(6,C),(6,X)}

Aquí, cada par ordenado **representa un resultado posible**, donde el primer elemento del par es el resultado del dado y el segundo elemento es el resultado de la moneda.

La **asignación de probabilidades** en experimentos compuestos se realiza considerando la probabilidad de cada componente individual y multiplicando las probabilidades para obtener la probabilidad conjunta. Si lanzar un dado y una moneda son eventos independientes, la probabilidad de obtener, por ejemplo, un 3 en el dado seguido de cara en la moneda sería P((3,C))=P(3)×P(C).

Los experimentos aleatorios con dados y monedas poseen **diferentes aplicaciones prácticas:**

- **En juegos** como Monopoly, Craps o cualquier juego de cartas, la probabilidad asociada con los dados y las cartas es fundamental para tomar decisiones estratégicas.
- En la **modelización de fenómenos naturales**, como el comportamiento de partículas subatómicas, los experimentos aleatorios ayudan a entender la variabilidad inherente.
- En el **análisis financiero**, la probabilidad de ciertos eventos, como cambios en los precios de las acciones, se modela utilizando conceptos de experimentos aleatorios.
- En la **ciencia de datos**, la simulación de experimentos aleatorios es fundamental para comprender y predecir resultados en contextos diversos, desde el comportamiento del consumidor hasta la eficacia de algoritmos.

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Este tipo de experimentos presenta **diferentes desafíos y limitaciones:**

- A medida que se **agregan más componentes** a un experimento, la complejidad del espacio muestral y la asignación de probabilidades aumenta, lo que puede **dificultar los cálculos y la interpretación.**
- El **sesgo en monedas o dados** introduce **desafíos adicionales**, ya que las probabilidades ya no son iguales para todos los resultados posibles.
- La **dependencia entre eventos** en experimentos compuestos puede **complicar la asignación de probabilidades condicionales y requerir un análisis más detallado.**

Importante

Los experimentos aleatorios con dados y monedas son fundamentales en la teoría de probabilidad y proporcionan un terreno fértil para explorar conceptos clave en el mundo de los eventos inciertos.

3.3. CÁLCULO DE FRECUENCIA Y PROBABILIDAD DE UN SUCESO.

El cálculo de frecuencia y probabilidad de un suceso es un **aspecto fundamental en la teoría de probabilidad y estadísticas**. Estas herramientas matemáticas nos permiten **cuantificar y comprender la variabilidad y la incertidumbre** asociadas con eventos y datos.

La **frecuencia** se refiere al **número de veces** que ocurre un suceso específico en un conjunto de datos. En el contexto de un **experimento aleatorio**, la frecuencia representa la cantidad de veces que se observa un resultado particular en una serie de ensayos o repeticiones del experimento. La frecuencia **se denota como *f***, y puede ser una **frecuencia absoluta** (el número total de ocurrencias) o una **frecuencia relativa** (la proporción de ocurrencias con respecto al total).

La frecuencia absoluta (*f*) de un suceso se calcula simplemente contando **el número de veces que ocurre en un conjunto de datos.** Supongamos que estamos lanzando un dado y queremos calcular la frecuencia absoluta de obtener un 4. Si lanzamos el dado 20 veces, y obtenemos un 4 en 5 de esos lanzamientos, la frecuencia absoluta de obtener un 4 sería $f=5$.

La frecuencia relativa (*fr*) se obtiene **dividiendo la frecuencia absoluta del suceso entre el tamaño total del conjunto de datos.** Utilizando el mismo ejemplo, si lanzamos el dado 20 veces, y obtenemos un 4 en 5 de esos lanzamientos, la frecuencia relativa de obtener un 4 sería $fr=5/20=0{,}25$.

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

La probabilidad es una medida numérica que cuantifica la posibilidad de que ocurra un evento particular. Se denota como ***P*(A)**, donde A es el evento de interés. La probabilidad de un evento se encuentra en el **rango de 0 a 1**, donde 0 indica que el evento es imposible, 1 indica que es seguro y valores intermedios representan niveles de posibilidad.

La **relación entre probabilidad y frecuencia** es esencial para comprender cómo la teoría de la probabilidad se basa en la **observación empírica**. La probabilidad de un suceso particular se puede estimar observando la frecuencia relativa de ese suceso en una serie de experimentos repetidos. A medida que aumenta el número de repeticiones, la frecuencia relativa tiende a converger hacia la probabilidad teórica del suceso.

La **Ley de los Grandes Números** establece que, a medida que se repite un experimento aleatorio un gran número de veces, la frecuencia relativa de un suceso tiende a acercarse a su probabilidad teórica. Esto significa que, aunque la probabilidad describe la tendencia a largo plazo de un evento, la frecuencia observada en un número finito de repeticiones puede variar.

Para calcular la probabilidad en experimentos simples podemos utilizar dos métodos:

P(A)=Número de resultados favorables a A/Tamaño del espacio muestral

Supongamos que **lanzamos un dado justo**. La probabilidad de obtener un 4 sería $P(4)=61$, ya que hay un resultado favorable (obtener un 4) entre seis posibles resultados en el espacio muestral.

El **método frecuentista** se basa en la frecuencia relativa de un suceso en un gran número de repeticiones del experimento. La probabilidad de un suceso *A* se estima como la frecuencia relativa de A en múltiples repeticiones del experimento.

La probabilidad conjunta de dos sucesos $P(A)$ y $P(B)$, denotada como $P(A \cap B)$, se calcula multiplicando las probabilidades individuales de $P(A)$ y $P(B)$ si los sucesos son independientes:

$$P(A \cap B)=P(A) \times P(B)$$

Por ejemplo, si queremos encontrar la probabilidad de obtener un 4 en un dado y cara en una moneda ($P(A)$ y $P(B)$), y ambos eventos son independientes, la probabilidad conjunta sería $P(4 \cap C)=P(4) \times P(C)$.

La **regla de la suma** se utiliza para calcular la probabilidad de la unión de dos sucesos $P(A)$ y $P(B)$, denotada como $P(A \cup B)$, y se expresa como:

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$$

Esto tiene en cuenta la probabilidad de P(A), la probabilidad de P(B) y resta la probabilidad de que ambos ocurran para evitar la doble contabilización.

Algunos ejemplos de aplicaciones de frecuencia y probabilidad son:

- **Estadísticas de juegos de azar:** En juegos de azar como dados, cartas y ruletas, el cálculo de probabilidades y frecuencias es esencial para entender las probabilidades de ganar y perder.
- **Análisis financiero:** En finanzas, el cálculo de probabilidades es crucial para evaluar riesgos y rendimientos en inversiones. Las probabilidades ayudan a los inversores a tomar decisiones informadas.
- **Investigación médica:** En estudios médicos y ensayos clínicos, el análisis de frecuencias y probabilidades ayuda a evaluar la efectividad de tratamientos y entender la probabilidad de resultados específicos.
- **Seguridad y riesgo:** En la evaluación de riesgos y seguridad, el cálculo de probabilidades es utilizado para prever y prevenir posibles eventos adversos.
- **Ciencia de datos y machine learning:** En ciencia de datos, el análisis de datos y el cálculo de probabilidades son fundamentales para entrenar modelos predictivos y realizar análisis predictivos.

Entre sus **limitaciones** se encuentran:

- **Variabilidad en resultados:** La variabilidad inherente en experimentos aleatorios puede llevar a fluctuaciones en las frecuencias observadas, especialmente en un número limitado de repeticiones.
- **Dependencia de eventos:** La dependencia entre eventos en experimentos compuestos introduce desafíos adicionales al calcular probabilidades condicionales y puede requerir técnicas más avanzadas.
- **Modelo teórico vs. observación empírica:** La probabilidad teórica basada en un modelo matemático puede diferir de la probabilidad observada en la práctica, especialmente en situaciones complejas o con datos limitados.

3.4. CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

A continuación, calcularemos probabilidades con **diferentes ejemplos** basados en las explicaciones del tema:

Supongamos que lanzamos un dado justo de seis caras. Queremos calcular la frecuencia y probabilidad de obtener un número par.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- **Frecuencia absoluta (f):** Realizamos 20 lanzamientos y registramos el número de veces que obtenemos un número par. Supongamos que observamos 12 resultados pares. La frecuencia absoluta sería f=12.

- **Frecuencia relativa (*fr*):** La frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de lanzamientos. En este caso, fr=12/20=0,6.

- **Probabilidad (P):** La probabilidad de obtener un número par en un dado justo se calcula considerando que hay tres números pares (2, 4, y 6) entre los seis posibles resultados. Entonces, P(Número Par)=3/6=0,5.

Ahora, consideremos el lanzamiento de **una moneda justa**. Queremos calcular la frecuencia y probabilidad de obtener cara.

- **Frecuencia absoluta (f):** Realizamos 15 lanzamientos y contamos cuántas veces obtenemos cara. Supongamos que registramos 8 caras. La frecuencia absoluta sería *f*=8.

- **Frecuencia relativa (*fr*):** La frecuencia relativa se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de lanzamientos. En este caso, *fr*=8/15≈0.5333.

- **Probabilidad (P):** La probabilidad de obtener cara en una moneda justa es del 50%, ya que hay dos resultados posibles (cara o cruz). Entonces, *P*(Cara)=0.5.

Imaginemos una urna que contiene **tres bolas rojas y dos bolas verdes**. Queremos calcular la frecuencia y probabilidad de extraer una bola roja.

- **Frecuencia absoluta (f):** Realizamos 10 extracciones y anotamos cuántas veces obtenemos una bola roja. Supongamos que registramos 7 bolas rojas. La frecuencia absoluta sería *f*=7.

- **Frecuencia relativa (*fr*):** La frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de extracciones. En este caso, *fr*=7/10=0.7.

- **Probabilidad (P):** La probabilidad de extraer una bola roja se calcula considerando que hay cinco bolas en total y tres son rojas. Entonces, *P*(Bola Roja)=3/5=0.6.

Supongamos que lanzamos **dos dados justos** y queremos calcular la frecuencia y probabilidad de que la suma de los números sea 7:

- **Frecuencia absoluta (f):** Realizamos 25 lanzamientos y contamos cuántas veces la suma es 7. Supongamos que registramos 6 veces. La frecuencia absoluta sería *f*=6.

- **Frecuencia relativa (*fr*):** La frecuencia relativa se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de lanzamientos. En este caso, *fr*=6/25≈0,24.

- **Probabilidad (P):** La probabilidad de que la suma de los dados sea 7 se calcula considerando todas las combinaciones posibles que suman 7. Hay 6 combinaciones que cumplen este criterio: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2) y (6, 1). Como hay un total de 36 posibles combinaciones de dos dados, la probabilidad sería $P(\text{Suma } 7)=6/36=1/6\approx 0{,}1667$.

Imaginemos que una estudiante, Ana, tiene una clase que comienza a las 8:00 a.m. Sin embargo, debido al tráfico en su ruta hacia la escuela, Ana, a menudo, llega tarde. Queremos calcular la frecuencia y probabilidad de que **Ana llegue a tiempo** a clase en una semana típica.

- **Frecuencia absoluta (f):** Durante una semana, Ana registra cuántas veces llega a tiempo a clase. Supongamos que logra llegar a tiempo en 4 de los 7 días. La frecuencia absoluta sería $f=4$.

- **Frecuencia relativa (*fr*):** La frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de días en la semana. En este caso, $fr=4/7\approx 0{,}5714$.

- **Probabilidad (P):** La probabilidad de que Ana llegue a tiempo se calcula considerando la proporción de días en los que llega a tiempo respecto al total de días. Entonces, $P(\text{Llegar a Tiempo})=4/7\approx 0{,}5714$.

Este ejemplo ilustra cómo la probabilidad puede aplicarse a situaciones diarias, como llegar a tiempo a compromisos.

Supongamos que María está planeando un picnic para el fin de semana. Ella está interesada en calcular la **probabilidad de que llueva**, ya que esto afectaría sus planes al aire libre.

- **Frecuencia absoluta (f):** María observa el pronóstico del tiempo durante 10 fines de semana y registra cuántas veces llueve. Supongamos que en 3 de esos fines de semana llueve. La frecuencia absoluta sería $f=3$.

- **Frecuencia relativa (*fr*):** La frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de fines de semana observados. En este caso, $fr=3/10=0.3$.

- **Probabilidad (P):** La probabilidad de que llueva en el fin de semana se obtiene considerando la proporción de fines de semana lluviosos respecto al total de fines de semana observados. Así, $P(\text{Lluvia en el Fin de Semana})=3/10=0.3$.

Este ejemplo destaca cómo la probabilidad puede aplicarse a decisiones prácticas, como planificar actividades al aire libre.

Imaginemos una bolsa que contiene **5 bolas rojas y 3 bolas verdes**. Queremos calcular la probabilidad de sacar una bola roja de la bolsa sin mirar.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

- **Frecuencia absoluta (f):** Realizamos 15 extracciones y contamos cuántas veces obtenemos una bola roja. Supongamos que registramos 10 bolas rojas. La frecuencia absoluta sería f=10.

- **Frecuencia relativa (*fr*):** La frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de extracciones. En este caso, fr=10/15≈0,6667.

- **Probabilidad (P):** La probabilidad de sacar una bola roja se calcula considerando la proporción de bolas rojas respecto al total de bolas en la bolsa. Entonces, P(Bola Roja)=5/8 =0,625.

Supongamos que un estudiante, Juan, está tomando un examen de opciones múltiples con 4 opciones para cada pregunta. Queremos calcular la probabilidad de que **Juan elija la respuesta correcta al azar.**

- **Frecuencia absoluta (f):** Juan responde 15 preguntas eligiendo respuestas al azar y registra cuántas respuestas correctas obtiene. Supongamos que obtiene 4 respuestas correctas. La frecuencia absoluta sería f=4.

- **Frecuencia relativa (*fr*):** La frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de preguntas. En este caso, fr=4/15≈0,2667.

- **Probabilidad (P):**La probabilidad de que Juan elija la respuesta correcta al azar.

Ideas clave

- Las medidas de centralización resumen conjuntos de datos. Estas medidas ofrecen perspectivas distintas sobre la tendencia central de un conjunto, proporcionando una visión completa de la distribución de los datos.
- Los parámetros de dispersión cuantifican la variabilidad en los datos. El rango y la desviación ofrecen insights sobre la homogeneidad de los datos, siendo fundamentales para comprender la distribución y la estabilidad de un conjunto de valores.
- En experimentos aleatorios, el comportamiento del azar es inherente. Los resultados son impredecibles y siguen patrones probabilísticos. La probabilidad cuantifica estas tendencias y permite realizar predicciones fundamentadas en la incertidumbre.
- La realización de experimentos con dados y monedas es una introducción práctica a la probabilidad. Lanzar un dado o una moneda representa eventos aleatorios simples. Analizar la frecuencia de resultados específicos en estos experimentos proporciona una base para entender conceptos más avanzados de probabilidad.
- El cálculo de frecuencia y probabilidad es central en estadísticas y probabilidad. La frecuencia representa la ocurrencia de eventos en un conjunto de datos, mientras que la probabilidad cuantifica la posibilidad de que un suceso ocurra.

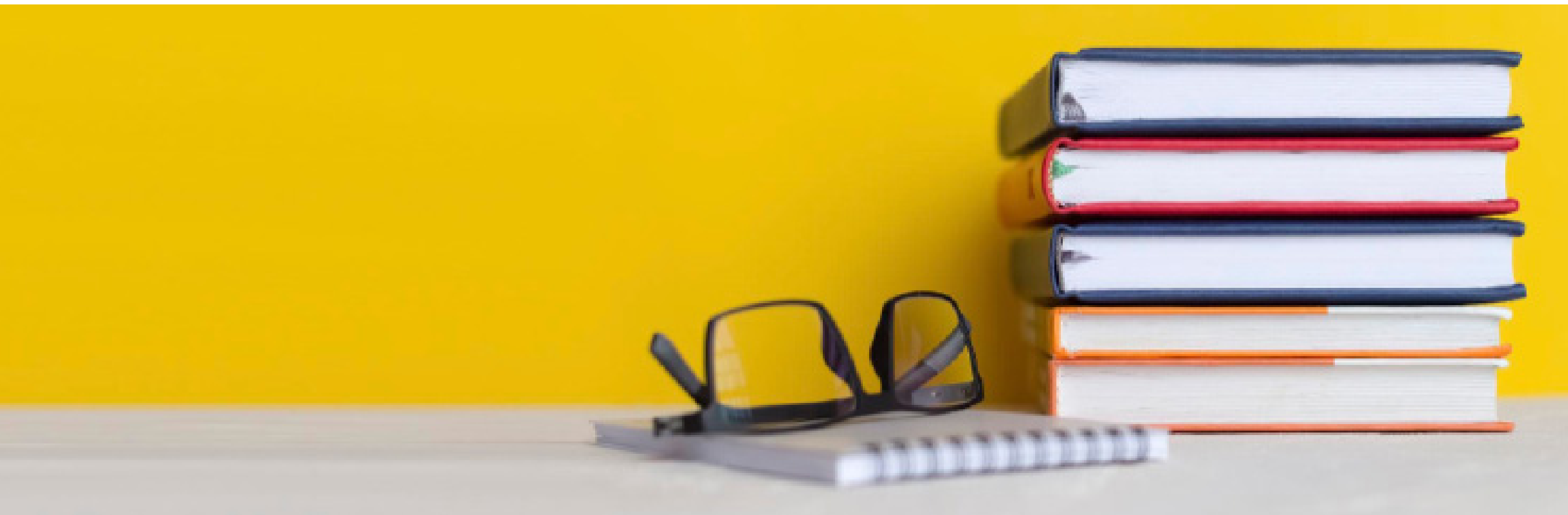
Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Glosario

- **Espacio muestral:** El espacio muestral, denotado como *S*, es el conjunto de todos los posibles resultados individuales de un experimento aleatorio.
- **Modelización:** La modelización se refiere al proceso de construir un modelo matemático o conceptual que representa un fenómeno del mundo real.
- **Producto cartesiano:** El producto cartesiano de dos conjuntos *A* y *B*, denotado como $A \times B$, es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde *a* pertenece a *A* y *b* pertenece a *B*.
- **Suceso independiente:** Dos sucesos *A* y *B* son independientes si la ocurrencia (o no ocurrencia) de uno no afecta la probabilidad de que el otro suceso ocurra.
- **Suceso:** En el contexto de la probabilidad, un suceso es cualquier subconjunto del espacio muestral.

Financiado por la Unión Europea NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha

Referencias bibliográficas

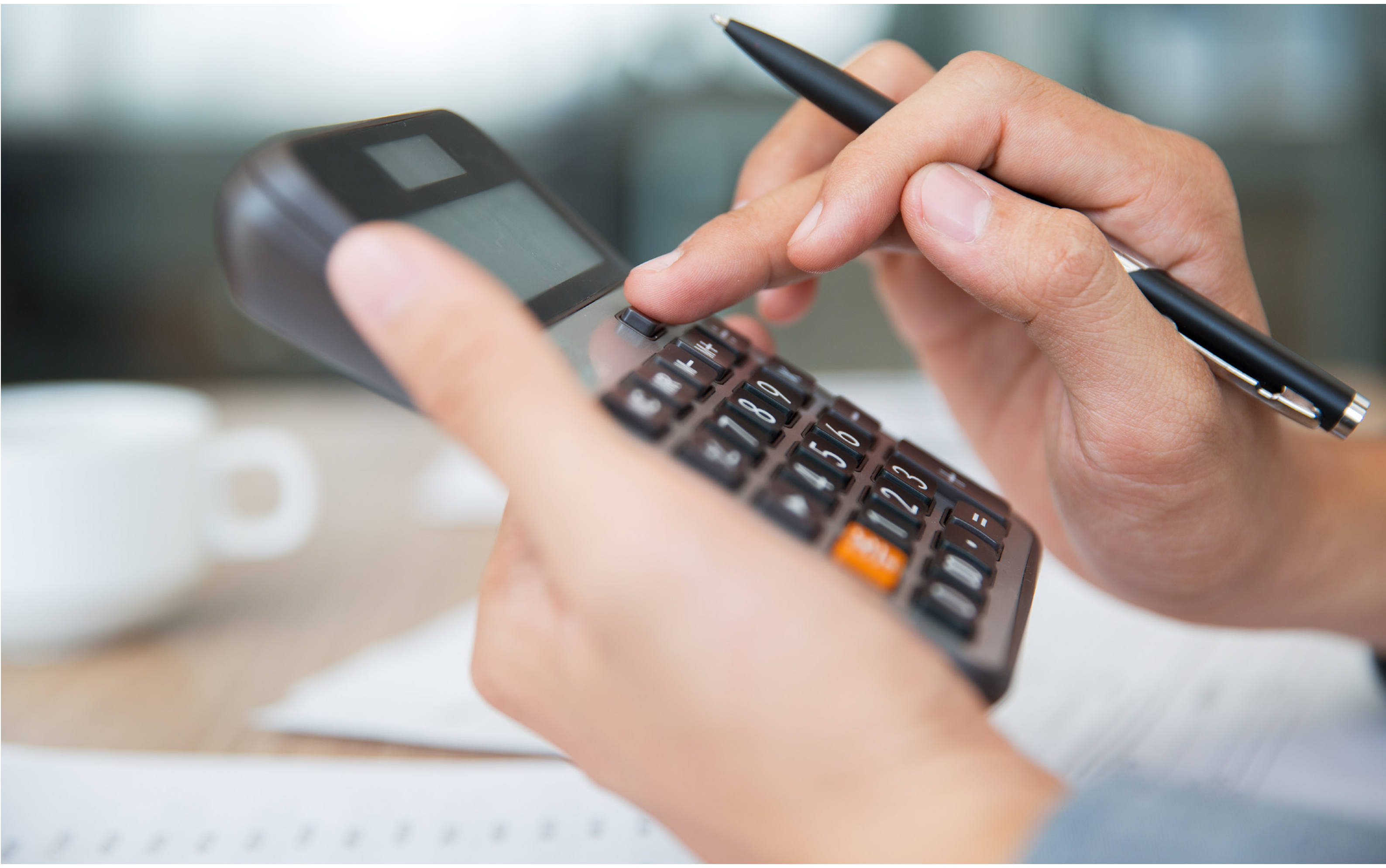


- Cuadras, C. (2016). *Problemas de probabilidad y estadística.* Universitat de Barcelona.
- Fernández, S. (2022). *Azar y probabilidad matemáticas.* Catarata.
- Gallent, C., Barbero, P. (2013). *Programación didática.* Editorial Club Universitario.
- Pliego, M., Ruíz, F. (2006). *Fundamentos de probabilidad.* Paraninfo.
- Quintela, A. (2019). *Estadística Básica Edulcorada.* Publicación independiente.

Enlaces web de interés

- Probabilidad con ejemplos.
- Sucesos y probabilidad.
- Estadística básica.
- Introducción a experimentos aleatorios.
- Cálculo de probabilidades.

Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU
MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL
Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia
Castilla-La Mancha



Financiado por la Unión Europea
NextGenerationEU

MINISTERIO DE TRABAJO Y ECONOMÍA SOCIAL

Plan de Recuperación, Transformación y Resiliencia

Castilla-La Mancha